$\boxed{\text{Sup PCSI2 — Devoir 2009/05}}$

- ► Devoir à rendre mercredi 3 février au plus tard. Présentation soignée.
- ► Notons $f : x \mapsto \arcsin(x) + \arcsin(2x)$.

$\boxed{\text{Q1}}$ Déterminez l'ensemble de définition $\mathcal{I}$ de f.

$\boxed{\text{Q2}}$ Calculez $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

$\boxed{\text{Q3}}$ Proposez une fonction Maple calculant $f(x)$ pour x donné.

$\boxed{\text{Q4}}$ Montrez que f est continue sur $\mathcal{I}$.

$\boxed{\text{Q5}}$ f est-elle dérivable sur son ensemble de définition ?

$\boxed{\text{Q6}}$ Montrez que f est strictement croissante. Remarque : pour répondre à cette question, vous ne ferez pas appel à la dérivée de f.

$\boxed{\text{Q7}}$ Montrez que f réalise une bijection de $\mathcal{I}$ sur un intervalle $\mathcal{J}$ que vous préciserez.

$\boxed{\text{Q8}}$ Montrez que l'équation $f(x) = \dfrac{\pi}{2}$ possède une et une seule solution dans $\mathcal{I}$. Remarque : dans cette question, on ne vous demande pas de *résoudre* cette équation.

$\boxed{\text{Q9}}$ Résolvez l'équation $f(x) = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)$. Remarque : cette question demande quelques calculs et raisonnements que vous devrez soigneusement justifier !

$\boxed{\text{Q10}}$ Montrez que f est dérivable sur un intervalle $\mathcal{K}$ que vous préciserez.

$\boxed{\text{Q11}}$ Explicitez $f'(x)$ pour $x \in \mathcal{K}$.

- ► Notons $g : x \mapsto \sin\big(f(x)\big)$.

$\boxed{\text{Q12}}$ Quel est l'ensemble de définition de g ?

$\boxed{\text{Q13}}$ Calculez $g\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

$\boxed{\text{Q14}}$ Montrez que g est continue sur son ensemble de définition.

$\boxed{\text{Q15}}$ Décrivez les variations de g.

$\boxed{\text{Q16}}$ Montrez que g est dérivable sur un intervalle que vous préciserez.

$\boxed{\text{Q17}}$ Explicitez $g'(x)$ pour x appartenant à cet intervalle.

$\boxed{\text{Q18}}$ Résolvez l'équation $g(x) = 1$.