► Devoir à rendre mercredi 3 février au plus tard. Présentation soignée.

► Notons $f:\ x \mapsto \arcsin(x) + \arcsin(2x)$.

Q1 Déterminez l'ensemble de définition $\mathcal{I}$ de f.

Q2 Calculez $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

Q3 Proposez une fonction Maple calculant $f(x)$ pour x donné.

Q4 Montrez que f est continue sur $\mathcal{I}$.

Q5 f est-elle dérivable sur son ensemble de définition ?

Q6 Montrez que f est strictement croissante. Remarque : pour répondre à cette question, vous ne ferez pas appel à la dérivée de f.

Q7 Montrez que f réalise une bijection de $\mathcal{I}$ sur un intervalle $\mathcal{J}$ que vous préciserez.

Q8 Montrez que l'équation $f(x) = \dfrac{\pi}{2}$ possède une et une seule solution dans $\mathcal{I}$. Remarque : dans cette question, on ne vous demande pas de *résoudre* cette équation.

Q9 Résolvez l'équation $f(x) = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)$. Remarque : cette question demande quelques calculs et raisonnements que vous devrez soigneusement justifier !

Q10 Montrez que f est dérivable sur un intervalle $\mathcal{K}$ que vous préciserez.

Q11 Explicitez $f'(x)$ pour $x \in \mathcal{K}$.

► Notons $g:\ x \mapsto \sin\big(f(x)\big)$.

Q12 Quel est l'ensemble de définition de g ?

Q13 Calculez $g\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

Q14 Montrez que g est continue sur son ensemble de définition.

Q15 Décrivez les variations de g.

Q16 Montrez que g est dérivable sur un intervalle que vous préciserez.

Q17 Explicitez $g'(x)$ pour x appartenant à cet intervalle.

Q18 Résolvez l'équation $g(x) = 1$.