

- Q1** Donnez la forme réduite de l'équation de la conique $4x^2 - 9y^2 - 8x + 36y + 4 = 0$. Source : Condamine 22-3.
- Q2** Donnez la forme réduite de l'équation de la conique $4x^2 - 9y^2 - 8x - 36y - 41 = 0$. Source : Condamine 22-3.
- Q3** La courbe Γ est définie par l'équation $z^3 - 3z^2 + 4z = \bar{z}^3 - 3\bar{z}^2 + 4\bar{z}$. Déterminez la nature et les éléments géométriques de cette courbe. Source : Condamine 22-6.
- Q4** Une courbe Γ est définie par le paramétrage $x = 2 \cos(t)$, $y = 1 + 3 \sin(t)$ Formez l'équation cartésienne de Γ . Source : Condamine 22-11.
- Q5** Donnez la nature et les éléments géométriques de la courbe C définie par le paramétrage $x = e^t + e^{-t} - 1$, $y = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$. Source : Condamine 22-12.
- Q6** Déterminez l'intersection de la sphère S de centre $\Omega(23, 0)$ et de la droite \mathcal{D} d'équations $x + y + 2z = 1$ $2x - y + 3z = 2$. Source : Ellipses.
- Q7** Déterminez λ tel que l'intersection des droites D d'équations $x + \lambda z = 5$ et $y - z = 1$ et D' d'équations $y + 2z = 0$ et $-x + z = 3$ ne soit pas vide. Préciser le(s) point(s) d'intersection. Source : Ellipses.
- Q8** On se place dans l'espace euclidien. La réflexion affine s échange les points $A(1, 1, 1)$ et $B(3, -1, -1)$. Donnez l'expression analytique de s et sa matrice. Source : Nathan.

Solution :

s est la réflexion de base le plan médiateur du segment AB

$$M \in P \iff AM = BM \iff \dots \iff x - y - z = 2$$

Notons H est le projeté orthogonal de M sur P

$\vec{n} = (1, -1, -1)$ est normal à P

on détermine λ tel que $M + \lambda \vec{n}$ appartienne à P

$$\text{il vient } \lambda = \frac{2(-x + y + z + 2)}{3}$$

$$\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MH}$$

$$x' = (x + 2y + 2z + 4)/3, y' = (2x + y - 2z - 4)/3, z' = (2x - 2y + z - 4)/3$$

1 : hyperbole ; axe focal Oy ; centre $(1, 2)$; $a = 2$; $b = 3$; $c = \sqrt{5}$; $e = \sqrt{5}/2$; **2** : hyperbole ; axe focal $y = -2$; centre $(1, -2)$; $a = 3/2$; $b = 1$; $c = \sqrt{13}/2$; $e = \sqrt{13}/3$; **3** : hyperbole ; axe focal $x = 1$; $a = 1$; $b = 1/\sqrt{3}$; $c = 2/\sqrt{3}$; $e = 2/\sqrt{3}$; **4** : ellipse ; centre $(0, 1)$; axe focal $y = 1$; $a = 3$; $b = 1$; $c = 2\sqrt{2}$; $e = 2\sqrt{2}/3$; **5** : hyperbole ; centre (-10) ; axe focal $x = -1$; $a = 2$; $b = 1$; $s = \sqrt{5}$; $e = \sqrt{5}/2$; **6** : $\vec{v} = (5, -1, 3)$ dirige \mathcal{D} ; $A = (1, 0, 0) \in \mathcal{D}$; $S : x^2 - 4x + y^2 - 6y + z^2 = 7$; $t = \frac{\pm\sqrt{3214}}{35}$; **7** : $\lambda = -13$;