

- Q1** Construisez la courbe d'équation polaire  $r = \sin^3\left(\frac{\theta}{3}\right)$  et calculez sa longueur.
- Q2** Construisez la courbe d'équation polaire  $r = 1 + \cos(\theta)$  et calculez sa longueur.
- Q3** Construisez la courbe d'équation polaire  $r = \cos(2\theta) - \cos(\theta)$  ; précisez les points doubles.
- Q4** Construisez la courbe d'équation polaire  $r = \frac{1 - \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$  ; donnez un paramétrage rationnel de cette courbe, en coupant par une droite passant par le point double. Construisez ensuite la courbe d'équation polaire  $r = \frac{\cos(2\theta)}{\cos(\theta)}$ , et montrez qu'elle est isométrique à la précédente.
- Q5** Quel est le lieu des points du plan complexe dont l'affixe  $z$  vérifie  $|z^3 - 1| = 1$  ?
- Q6** Construisez la courbe d'équation polaire  $r = \frac{\sin(\theta)}{1 + 2\cos(\theta)}$  ; précisez les points doubles. (Oral des Mines)
- Q7** Construisez la courbe d'équation polaire  $r = \ln(1 + \sin(\theta))$ .
- Q8** Cissoïdes : on fixe une droite  $\mathcal{D}$  et un point  $O$  situé hors de  $\mathcal{D}$ . À tout point  $P$  du plan, on fait correspondre le point  $M$  tel que  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{PQ}$  où  $Q$  est l'intersection des droites  $\mathcal{D}$  et  $(OP)$ . Lorsque  $P$  décrit une courbe  $\mathcal{C}$ ,  $M$  décrit une courbe  $\Gamma$  dite *cisoïde* de  $\mathcal{C}$  par rapport à  $\mathcal{D}$  et  $O$ . Quel est le meilleur repère polaire dans lequel l'équation de  $\Gamma$  se déduit facilement de celle de  $\mathcal{C}$  ? Tracez  $\Gamma$  dans les deux cas suivants : (i)  $\mathcal{C}$  est un cercle,  $\mathcal{D}$  passe par le centre du cercle,  $O$  est à l'intersection de ce cercle et du diamètre perpendiculaire à  $\mathcal{D}$  ; on obtient une *strophoïde droite*, d'équation polaire  $r = \frac{\cos(2\theta)}{\cos(\theta)}$  ; (ii)  $\mathcal{C}$  est un cercle,  $\mathcal{D}$  est une droite tangente à  $\mathcal{C}$ ,  $O$  est le point du cercle diamétralement opposé au point de contact de  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{C}$  ; on obtient une *cisoïde droite*, d'équation polaire  $r = \frac{\sin^2(\theta)}{\cos(\theta)}$ .
- Q9** Conchoïdes : on fixe un point  $O$  et un réel  $d > 0$ . À tout point  $P$  distinct de  $O$  du plan, on fait correspondre les points  $M$  et  $M'$ , situés sur la droite  $(OP)$  à la distance  $d$  de  $P$ . Lorsque  $P$  décrit une courbe  $\mathcal{C}$ ,  $M$  et  $M'$  décrivent une courbe  $\Gamma$  dite *conchoïde* de  $\mathcal{C}$ . On étudie les conchoïdes d'un cercle par rapport à l'un de ses points : quel est le meilleur repère polaire pour cette étude ? Vérifiez que les courbes obtenues, d'équations respectives  $r = a \cos(\theta) + d$  et  $r = a \cos(\theta) - d$ , sont confondues. Tracez les courbes d'équations respectives  $r = 2 \cos(\theta) + 1$ ,  $r = \cos(\theta) + 1$  (*cardioïde*) et  $r = \cos(\theta) + 2$ .