Questions en vrac

Q1 Montrez que les suites de termes généraux respectifs $u_n = \sum_{1\leqslant k\leqslant n} \frac{1}{k^2}$ et $v_n = u_n + \frac{1}{n}$ sont adjacentes.

Q2 La suite de terme général $(u_n)^2$ converge vers λ. Que pouvez-vous dire de la suite de terme général u_n ?

Q3 Convergence et limite de la suite de terme général $v_n = \left(1 + \frac{\sin(n)}{2}\right)^{1/n}$.

Q4 Étudiez la convergence et la limite éventuelle de la suite de terme général $u_n = (3^n + 2^n)^{1/n}$.

Q5 Étudiez la convergence et la limite éventuelle de la suite de terme général $v_n = \cos(n)\sin\left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)$.

Q6 Étudiez la convergence et la limite éventuelle de la suite de terme général $w_n = \frac{n^n + n!}{(n+1)^n + n^n}$.

Q7 Étudiez la convergence et la limite éventuelle de la suite de terme général $x_n = \frac{\sin(3/n)\sin(5/n)}{\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}\right)^2}$.

Q8 Étudiez la convergence et la limite éventuelle de la suite de terme général $y_n = \frac{\cos(3/n) - \cos(5/n)}{1 - \cos(1/n)}$.

Sommes de Riemann

Q9 Calculez la limite ℓ de la suite de terme général $v_n = \sum_{1\leqslant k\leqslant n} \frac{1}{\sqrt{n+1}\sqrt{n+k}}$.

Q10 Notons $w_n = \sum_{n\leqslant k\leqslant 2n} \sqrt{n^2+k}$. Donnez un équivalent *simple* de w_n lorsque n tend vers l'infini.

Q11 Donnez un équivalent *simple* de $x_n = \sum_{0\leqslant k\leqslant n} \cos\left(\frac{k\pi}{n}\right)\cos\left(\frac{(k+1)\pi}{n}\right)$ lorsque n tend vers l'infini.

Q12 Calculez la limite quand n tend vers l'infini de $A_n = \frac{1}{\sqrt{n}}\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n}}\right)$.

Q13 Calculez la limite quand n tend vers l'infini de $B_n = \frac{1}{n}\sum_{1\leqslant k\leqslant n} \arctan\left(1 + \frac{k}{n+1}\right)$.

Q14 Calculez la limite quand n tend vers l'infini de $C_n = \sum_{k=\lfloor\sqrt{n}\rfloor}^{n} \frac{k}{n^2}\cos\left(\frac{k}{n}\right)$.

Q15 Calculez la limite quand n tend vers l'infini de $D_n = \sum_{1\leqslant k\leqslant n} \frac{1}{\sqrt{(n+k)(n+k+1)}}$.