Un tas de questions faciles (ou pas) sur les suites

$\boxed{\text{Q1}}$ Rappelez (ou retrouvez) les expressions de $S_n^1 = \sum_{k=1}^{n} k$ et $S_n^3 = \sum_{k=1}^{n} k^3$, ainsi que celle de $T_n = \sum_{1 \leqslant k \leqslant n} (2k-1)$.

En déduire les limites des suites de termes généraux respectifs $a_n = \frac{T_n}{S_n^1}$ et $b_n = \frac{n^2 S_n^1}{S_n^3}$.

$\boxed{\text{Q2}}$ Étudiez la suite de terme général $d_n = \frac{n^2(1+(-1)^n)}{n^3+1}$.

$\boxed{\text{Q3}}$ Étudiez la suite de terme général $u_n = \frac{\binom{n+10}{10}}{\binom{n+20}{10}}$

$\boxed{\text{Q4}}$ Étudiez la suite de terme général $p_n = \frac{(2n)^n}{n^{2n}}$.

$\boxed{\text{Q5}}$ Calculez la limite de la suite de terme général $y_n = \cos\left(2010\pi\sqrt{n^2 + 2010!}\right)$.

$\boxed{\text{Q6}}$ Étudiez la suite de terme général $q_n = \frac{n^{n+1}}{(n+1)^n}$.

$\boxed{\text{Q7}}$ Étudiez la suite de terme général $r_n = 2^n \sin(2^{-n}\theta)$. Indication : $\sin(t) \underset{t \to 0}{\sim} \ldots$?

$\boxed{\text{Q8}}$ Étudiez la suite de terme général $s_n = \frac{1}{2^n} \sum_{1 \leqslant k \leqslant n} \sin(n\theta)$ où θ est n réel quelconque.

$\boxed{\text{Q9}}$ Étudiez la suite de terme général $t_n = \prod_{k=0}^{n} \cos(2^k\theta)$. Indication : utilisez la formule $\sin(2t) = 2\sin(t)\cos(t)$.

$\boxed{\text{Q10}}$ Déterminez a et b tels que $\frac{1}{(k+2)^2-1} = \frac{a}{k+1} + \frac{b}{k+3}$ pour tout $k \in \mathbb{N}$. En déduire le comportement de la suite de terme général $t_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+2)^2-1}$.

$\boxed{\text{Q11}}$ Étudiez la suite de terme général $v_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+1)(k+3)(k+5)}$. Indication : inspirez-vous de la méthode mise en œuvre à la question 10.

$\boxed{\text{Q12}}$ Étudiez la suite de terme général $u_n = \frac{10^{10^n}}{(n!)^{10^{100}}}$. Indication : comparez le logarithme du numérateur et celui du dénominateur.

$\boxed{\text{Q13}}$ Étudiez la suite w définie par son premier terme w_0 et la relation de récurrence $w_{n+1} = \frac{1}{2}w_n - \frac{n}{2(n+1)(n+2)}$. *Indication* : inspirez-vous de Q10, et ramenez-vous à une suite géométrique.

$\boxed{\text{Q14}}$ Étudiez la suite x définie par son premier terme x_0 et la relation de récurrence $(n+1)^2 x_{n+1} - n^2 x_n = 2n+1$. *Indication* : observez $(n+1)^2 - n^2$.

$\boxed{\text{Q15}}$ Calculez la limite de la suite de terme général $y_n = \sin\Big(\arctan\big(\sqrt{n^3 + 2010!}\big)\Big)$.