

Un tas de questions faciles (ou pas) sur les suites

Q1 Rappelez (ou retrouvez) les expressions de $S_n^1 = \sum_{k=1}^n k$ et $S_n^3 = \sum_{k=1}^n k^3$, ainsi que celle de $T_n = \sum_{1 \leq k \leq n} (2k-1)$.

En déduire les limites des suites de termes généraux respectifs $a_n = \frac{T_n}{S_n^1}$ et $b_n = \frac{n^2 S_n^1}{S_n^3}$.

Q2 Étudiez la suite de terme général $d_n = \frac{n^2(1 + (-1)^n)}{n^3 + 1}$.

Q3 Étudiez la suite de terme général $u_n = \frac{\binom{n+10}{10}}{\binom{n+20}{10}}$

Q4 Étudiez la suite de terme général $p_n = \frac{(2n)^n}{n^{2n}}$.

Q5 Calculez la limite de la suite de terme général $y_n = \cos\left(2010\pi\sqrt{n^2 + 2010!}\right)$.

Q6 Étudiez la suite de terme général $q_n = \frac{n^{n+1}}{(n+1)^n}$.

Q7 Étudiez la suite de terme général $r_n = 2^n \sin(2^{-n}\theta)$. Indication : $\sin(t) \underset{t \rightarrow 0}{\sim} \dots$?

Q8 Étudiez la suite de terme général $s_n = \frac{1}{2^n} \sum_{1 \leq k \leq n} \sin(n\theta)$ où θ est n réel quelconque.

Q9 Étudiez la suite de terme général $t_n = \prod_{k=0}^n \cos(2^k\theta)$. Indication : utilisez la formule $\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$.

Q10 Déterminez a et b tels que $\frac{1}{(k+2)^2 - 1} = \frac{a}{k+1} + \frac{b}{k+3}$ pour tout $k \in \mathbb{N}$. En déduire le comportement de la suite de terme général $t_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{(k+2)^2 - 1}$.

Q11 Étudiez la suite de terme général $v_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{(k+1)(k+3)(k+5)}$. Indication : inspirez-vous de la méthode mise en œuvre à la question 10.

Q12 Étudiez la suite de terme général $u_n = \frac{10^{10^n}}{(n!)^{10^{100}}}$. Indication : comparez le logarithme du numérateur et celui du dénominateur.

Q13 Étudiez la suite w définie par son premier terme w_0 et la relation de récurrence $w_{n+1} = \frac{1}{2}w_n - \frac{n}{2(n+1)(n+2)}$. Indication : inspirez-vous de Q10, et ramenez-vous à une suite géométrique.

Q14 Étudiez la suite x définie par son premier terme x_0 et la relation de récurrence $(n+1)^2 x_{n+1} - n^2 x_n = 2n+1$. Indication : observez $(n+1)^2 - n^2$.

Q15 Calculez la limite de la suite de terme général $y_n = \sin\left(\arctan(\sqrt{n^3 + 2010!})\right)$.