► Pour voir si vous avez bien compris ! (u_n) est une suite de réels. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est : VRAIE (preuve à l'appui) ou FAUSSE (contre-exemple à l'appui).

Opérations et convergence

Q1 Si $u_n \xrightarrow[n\to\infty]{} \ell$, alors $u_{n+1} - u_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$.

Q2 Si $u_{n+1} - u_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$, alors (u_n) converge.

Q3 La somme de deux suites croissantes est une suite croissante.

Q4 La somme de deux suites divergentes est une suite divergente.

Q5 Le produit de deux suites croissantes est une suite croissante.

Q6 Le produit de deux suites divergentes est une suite divergente.

Q7 Soit $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, croissante. Si la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de réels vérifie $u_{n+1} = f(u_n)$, alors elle est croissante.

Q8 Si $u_n v_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$, alors $u_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$ ou $v_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$.

Q9 Si $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$, alors (u_n) converge.

Suites monotones... ou pas !

Q10 Si (u_n) converge, elle est monotone à partir d'un certain rang.

Q11 Si (u_n) est majorée et converge, alors elle est croissante APCR.

Q12 Si la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$, alors elle est croissante APCR.

Q13 Si $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \geqslant 1$, alors la suite de terme général u_n est croissante.

Q14 ⋆⋆ Une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de réels vérifie $u_n \underset{n\to\infty}{\sim} n^2$. Peut-on affirmer que cette suite est croissante APCR ?

Q15 ⋆⋆ Une suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de réels vérifie $v_n \underset{n\to\infty}{\sim} 2^n$. Peut-on affirmer que cette suite est croissante APCR ?

Suites bornées... ou pas !

Q16 Une suite de réels non majorée diverge nécessairement vers $+\infty$.

Q17 La suite de terme général $v_n = \dfrac{u_n}{1 + (u_n)^4}$ est bornée.

Q18 Si les suites de termes généraux respectifs u_n et $u_n v_n$ sont bornées, alors la suite de terme général v_n est bornée.

Q19 Si la suite de terme général $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ est bornée, alors la suite de terme général $\dfrac{u_{2n}}{u_n}$ l'est aussi.

Suites convergentes... ou pas !

Q20 Si la suite de terme général $\dfrac{u_n}{1 + {u_n}^2}$ converge vers 0, alors la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 0.

Q21 Si $u_n v_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$, alors les suites de termes généraux respectifs u_n et v_n convergent.

Q22 Si $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$, alors la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.

Q23 Si $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$, alors $\dfrac{u_{2n}}{u_n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$.

Q24 Si la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est à termes strictement positifs, et n'est pas majorée, alors la suite de terme général $1/u_n$ converge vers 0.

---

1 : OUI ; **2** : $\ln(n)$; **3** : OUI ; **4** : $(-1)^n$ et $(-1)^{n+1}$; **5** : $-1/n$ et $-1/n$; **6** : $(-1)^n$ et $(-1)^n$; **7** : $f(x) = x - 1$; **8** : $1 + (-1)^n$ et $1 - (-1)^n$; **9** : n ; **10** : $(-1)^n/n$; **11** : $(-1)^n/n$; **12** : $n^2 + 2(-1)^n n$; **13** : $-n$; **14** : $n^2 + 2(-1)^n n$; **15** : OUI ; **16** : $(-1)^n n$; **17** : OUI ; **18** : $1/n$ et n ; **19** : $n!$; **20** : n ; **21** : $(-1)^n$ et $(-1)^n$; **22** : n ; **23** : n ; **24** : $u_{2n} = n$ et $u_{2n+1} = 1$;
