

- Pour voir si vous avez bien compris !  $(u_n)$  est une suite de réels. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est : VRAIE (preuve à l'appui) ou FAUSSE (contre-exemple à l'appui).

**Opérations et convergence**

- Q1 Si  $u_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \ell$ , alors  $u_{n+1} - u_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0$ .
- Q2 Si  $u_{n+1} - u_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0$ , alors  $(u_n)$  converge.
- Q3 La somme de deux suites croissantes est une suite croissante.
- Q4 La somme de deux suites divergentes est une suite divergente.
- Q5 Le produit de deux suites croissantes est une suite croissante.
- Q6 Le produit de deux suites divergentes est une suite divergente.
- Q7 Soit  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ , croissante. Si la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  de réels vérifie  $u_{n+1} = f(u_n)$ , alors elle est croissante.
- Q8 Si  $u_n v_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0$ , alors  $u_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0$  ou  $v_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0$ .
- Q9 Si  $\frac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 1$ , alors  $(u_n)$  converge.

**Suites monotones... ou pas !**

- Q10 Si  $(u_n)$  converge, elle est monotone à partir d'un certain rang.
- Q11 Si  $(u_n)$  est majorée et converge, alors elle est croissante APCR.
- Q12 Si la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  diverge vers  $+\infty$ , alors elle est croissante APCR.
- Q13 Si  $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$ , alors la suite de terme général  $u_n$  est croissante.
- Q14 ★ Une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  de réels vérifie  $u_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} n^2$ . Peut-on affirmer que cette suite est croissante APCR ?
- Q15 ★ Une suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  de réels vérifie  $v_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} 2^n$ . Peut-on affirmer que cette suite est croissante APCR ?

**Suites bornées... ou pas !**

- Q16 Une suite de réels non majorée diverge nécessairement vers  $+\infty$ .
- Q17 La suite de terme général  $v_n = \frac{u_n}{1 + (u_n)^4}$  est bornée.
- Q18 Si les suites de termes généraux respectifs  $u_n$  et  $u_n v_n$  sont bornées, alors la suite de terme général  $v_n$  est bornée.
- Q19 Si la suite de terme général  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  est bornée, alors la suite de terme général  $\frac{u_{2n}}{u_n}$  l'est aussi.

**Suites convergentes... ou pas !**

- Q20 Si la suite de terme général  $\frac{u_n}{1 + u_n^2}$  converge vers 0, alors la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge vers 0.
- Q21 Si  $u_n v_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0$ , alors les suites de termes généraux respectifs  $u_n$  et  $v_n$  convergent.
- Q22 Si  $\frac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 1$ , alors la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge.
- Q23 Si  $\frac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 1$ , alors  $\frac{u_{2n}}{u_n} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 1$ .
- Q24 Si la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est à termes strictement positifs, et n'est pas majorée, alors la suite de terme général  $1/u_n$  converge vers 0.

---

1 : OUI ; 2 :  $\ln(n)$  ; 3 : OUI ; 4 :  $(-1)^n$  et  $(-1)^{n+1}$  ; 5 :  $-1/n$  et  $-1/n$  ; 6 :  $(-1)^n$  et  $(-1)^n$  ; 7 :  $f(x) = x - 1$  ; 8 :  $1 + (-1)^n$  et  $1 - (-1)^n$  ; 9 :  $n$  ; 10 :  $(-1)^n/n$  ; 11 :  $(-1)^n/n$  ; 12 :  $n^2 + 2(-1)^n n$  ; 13 :  $-n$  ; 14 :  $n^2 + 2(-1)^n n$  ; 15 : OUI ; 16 :  $(-1)^n n$  ; 17 : OUI ; 18 :  $1/n$  et  $n$  ; 19 :  $n!$  ; 20 :  $n$  ; 21 :  $(-1)^n$  et  $(-1)^n$  ; 22 :  $n$  ; 23 :  $n$  ; 24 :  $u_{2n} = n$  et  $u_{2n+1} = 1$  ;