Sup PCSI 2 — TD : primitives et intégrales

Q1 Explicitez la primitive sur $]-\pi/2, \pi/2[$ de $t \mapsto \tan(t)$ qui s'annule en 0. Indication : revenez à la définition de $\tan(t)$.

Q2 Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/6} \tan^2(t)\,dt$.

Q3 Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/4} t\tan^2(t)\,dt$. Indication : intégrez par parties.

Q4 Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/3} \tan^3(t)\,dt$.

Q5 Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \tan^4(t)\,dt$.

Q6 Calculez $\displaystyle\int_0^{1} \arctan(t)\,dt$. Indication : intégrez par parties.

Q7 Calculez $\displaystyle\int_0^{1} t\arctan(t)\,dt$.

Q8 Calculez $\displaystyle\int_0^{1} t^2\arctan(t)\,dt$.

Q9 Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/3} \frac{dt}{\cos(t)}$.

Q10 Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{dt}{\cos^2(t)}$.

Q11 Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/6} \frac{dt}{\cos^3(t)}$. Indication : effectuez le changement de variable $u = \sin(t)$, puis décomposez la fraction $\displaystyle\frac{1}{(1-u^2)}$ en $\displaystyle\frac{a}{1-u} + \frac{b}{1+u} + \frac{c}{(1-u)^2} + \frac{d}{(1+u)^2}$.

Q12 Calculez $\displaystyle\int_0^{7} \frac{dt}{t^2+5t+6}$.

Q13 Calculez $\displaystyle\int_0^{1} \frac{dt}{(t^2+1)(t+1)}$.

---

1 : $t \mapsto -\ln(\cos(t))$; **2** : $1\sqrt{3}/3 - \pi/6$; **3** : $\pi/4 - \pi^2/32 - \ln(2)/2$; **4** : $3/2 - \ln(2)$; **5** : $\pi/4 - 2/3$; **6** : $\pi/4 - \ln(2)/2$; **7** : $\pi/4 - 1/2$; **8** : $\pi/12 - 1/6 + \ln(2)/6$; **9** : $\ln(2+\sqrt{3})$; **10** : 1 ; **11** : $1/3 + \ln(3)/4$; **12** : $3\ln(3) - 2\ln(2) - \ln(5)$; **13** : $\ln(2)/4 + \pi/8$;