Sup PCSI 2 — TD : primitives et intégrales

$\boxed{\text{Q1}}$ Explicitez la primitive sur $]-\pi/2, \pi/2[$ de $t \mapsto \tan(t)$ qui s'annule en 0. Indication : revenez à la définition de $\tan(t)$.

$\boxed{\text{Q2}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/6} \tan^2(t)\, dt$.

$\boxed{\text{Q3}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/4} t\tan^2(t)\, dt$. Indication : intégrez par parties.

$\boxed{\text{Q4}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/3} \tan^3(t)\, dt$.

$\boxed{\text{Q5}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \tan^4(t)\, dt$.

$\boxed{\text{Q6}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{1} \arctan(t)\, dt$. Indication : intégrez par parties.

$\boxed{\text{Q7}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{1} t\arctan(t)\, dt$.

$\boxed{\text{Q8}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{1} t^2\arctan(t)\, dt$.

$\boxed{\text{Q9}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/3} \frac{dt}{\cos(t)}$.

$\boxed{\text{Q10}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{dt}{\cos^2(t)}$.

$\boxed{\text{Q11}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{\pi/6} \frac{dt}{\cos^3(t)}$. Indication : effectuez le changement de variable $u = \sin(t)$, puis décomposez la fraction $\displaystyle\frac{1}{(1-u^2)}$ en $\displaystyle\frac{a}{1-u} + \frac{b}{1+u} + \frac{c}{(1-u)^2} + \frac{d}{(1+u)^2}$.

$\boxed{\text{Q12}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{7} \frac{dt}{t^2+5t+6}$.

$\boxed{\text{Q13}}$ Calculez $\displaystyle\int_0^{1} \frac{dt}{(t^2+1)(t+1)}$.

**1** : $t \mapsto -\ln(\cos(t))$ ; **2** : $1\sqrt{3}/3 - \pi/6$ ; **3** : $\pi/4 - \pi^2/32 - \ln(2)/2$ ; **4** : $3/2 - \ln(2)$ ; **5** : $\pi/4 - 2/3$ ; **6** : $\pi/4 - \ln(2)/2$ ; **7** : $\pi/4 - 1/2$ ; **8** : $\pi/12 - 1/6 + \ln(2)/6$ ; **9** : $\ln(2+\sqrt{3})$ ; **10** : 1 ; **11** : $1/3 + \ln(3)/4$ ; **12** : $3\ln(3) - 2\ln(2) - \ln(5)$ ; **13** : $\ln(2)/4 + \pi/8$ ;