**Sans D.L.**

Q1 Étudiez le comportement de $f : x \mapsto \dfrac{1}{\ln(1+x)} - \dfrac{1}{x}$ lorsque $x$ tend vers $0^+$.

Q2 Étudiez le comportement de $f : x \mapsto (1+x)^{1/x}$ lorsque $x$ tend vers $+\infty$.

Q3 Calculez la limite de $f(x) = \dfrac{x^x - 2^x}{x-2}$ lorsque $x$ tend vers 2.

Q4 Déterminez les asymptotes de la courbe d'équation $y = \sqrt[3]{x^3+x^2} + \sqrt[3]{x^3-x^2}$, puis celles de la courbe d'équation $y = \sqrt{x^3+x^2} - \sqrt{x^3-x^2}$.

Q5 Donnez un équivalent simple de $\displaystyle\prod_{1\leqslant k\leqslant 9} \ln(kx)$ quand $x$ tend vers $+\infty$. Même question avec $\displaystyle\prod_{1\leqslant k\leqslant 9} \ln(x^k)$.

**Avec D.L.**

Q6 Donnez un équivalent simple de $\dfrac{1-\cos(3x)}{x^2}$ quand $x$ tend vers 0. Quel est le $DL_{2n}(0)$ de la fonction cos ? En déduire le $DL_6(0)$ de la fonction $x \mapsto \dfrac{1-\cos(3x)}{x^2}$.

Q7 Explicitez le $DL_n(0)$ de la fonction exp, puis le $DL_{2n+1}(0)$ de la fonction sh. Rappelez l'expression simple de $\displaystyle\sum_{0\leqslant k\leqslant n} q^k$. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Notons $f_n : x \mapsto \displaystyle\sum_{1\leqslant k\leqslant n} \mathrm{sh}(kx)$. Donnez un équivalent simple de $f_n(x)$ lorsque $x$ tend vers 0. Explicitez le $DL_3(0)$ de $f_n$.

Q8 Rappelez le $DL_3(0)$ de la fonction $u \mapsto \sqrt[3]{1+u}$, puis donnez un équivalent simple de $f(x) = \sqrt[3]{x^2+x+1} - \sqrt[3]{x^2-x+1}$ lorsque $x$ tend vers $+\infty$.

Q9 Déterminez des réels $a$ et $b$ tels que $\cos(x) - \dfrac{1+ax^2}{1+bx^2}$ soit équivalent, quand $x \to 0$, à $\alpha x^k$, avec $\alpha \neq 0$ et $k$ naturel le plus grand possible. Même question avec $\arctan(x) - \dfrac{ax+bx^3}{1+cx^2}$.

Q10 Avec un D.L. poussé à un ordre suffisant, donnez un équivalent simple de $x \mapsto \tan\big(\tan(x)\big) - \arcsin(x)$ lorsque $x$ tend vers 0.

**1** : tend vers 1/2 ; **2** : tend vers 1 ; **3** : tend vers $4\big(1+\ln(2)\big)$ ; **5** : $\ln^9(x)$, $9!\ln^9(x)$ ; **6** : $[9/2, 0, -27/8, 0, 81/80, 0, -729/4480]$ ; **7** : $[0, n(n+1)/2, n^2(n+1)^2/24]$ ; **8** : $1+u/3-u^2/9+5u^3/81$, $2/3\sqrt[3]{x}$ ; **9** : $x^6/480$, $-\frac{4}{175}x^7$ ; **10** : $\dfrac{x^3}{2}$ ;