

Sans D.L.

- Q1** Étudiez le comportement de $f : x \mapsto \frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x}$ lorsque x tend vers 0^+ .
- Q2** Étudiez le comportement de $f : x \mapsto (1+x)^{1/x}$ lorsque x tend vers $+\infty$.
- Q3** Calculez la limite de $f(x) = \frac{x^x - 2^x}{x-2}$ lorsque x tend vers 2.
- Q4** Déterminez les asymptotes de la courbe d'équation $y = \sqrt[3]{x^3 + x^2} + \sqrt[3]{x^3 - x^2}$, puis celles de la courbe d'équation $y = \sqrt{x^3 + x^2} - \sqrt{x^3 - x^2}$.
- Q5** Donnez un équivalent simple de $\prod_{1 \leq k \leq 9} \ln(kx)$ quand x tend vers $+\infty$. Même question avec $\prod_{1 \leq k \leq 9} \ln(x^k)$.

Avec D.L.

- Q6** Donnez un équivalent simple de $\frac{1 - \cos(3x)}{x^2}$ quand x tend vers 0. Quel est le $DL_{2n}(0)$ de la fonction \cos ?
En déduire le $DL_6(0)$ de la fonction $x \mapsto \frac{1 - \cos(3x)}{x^2}$.
- Q7** Explicitez le $DL_n(0)$ de la fonction \exp , puis le $DL_{2n+1}(0)$ de la fonction sh . Rappelez l'expression simple de $\sum_{0 \leq k \leq n} q^k$. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Notons $f_n : x \mapsto \sum_{1 \leq k \leq n} \text{sh}(kx)$. Donnez un équivalent simple de $f_n(x)$ lorsque x tend vers 0. Explicitez le $DL_3(0)$ de f_n .
- Q8** Rappelez le $DL_3(0)$ de la fonction $u \mapsto \sqrt[3]{1+u}$, puis donnez un équivalent simple de $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x + 1} - \sqrt[3]{x^2 - x + 1}$ lorsque x tend vers $+\infty$.
- Q9** Déterminez des réels a et b tels que $\cos(x) - \frac{1+ax^2}{1+bx^2}$ soit équivalent, quand $x \rightarrow 0$, à αx^k , avec $\alpha \neq 0$ et k naturel le plus grand possible. Même question avec $\arctan(x) - \frac{ax+bx^3}{1+cx^2}$.
- Q10** Avec un D.L. poussé à un ordre suffisant, donnez un équivalent simple de $x \mapsto \tan(\tan(x)) - \arcsin(x)$ lorsque x tend vers 0.

1 : tend vers $1/2$; **2** : tend vers 1 ; **3** : tend vers $4(1+\ln(2))$; **5** : $\ln^9(x)$, $9! \ln^9(x)$; **6** : $[9/2, 0, -27/8, 0, 81/80, 0, -729/44]$; **7** : $[0, n(n+1)/2, n^2(n+1)^2/24]$; **8** : $1 + u/3 - u^2/9 + 5u^3/81$, $2/3 \sqrt[3]{x}$; **9** : $x^6/480$, $-\frac{4}{175}x^7$; **10** : $\frac{x^3}{2}$;