Q1 Donnez le $DL_7(0)$ de la fonction $x \mapsto \sin(x/2)\cos(x/2)$.

Q2 Quel est le $DL_{2n+1}(0)$ de la fonction sin ? En déduire le $DL_6(0)$ de la fonction $x \mapsto \dfrac{\sin(2x)}{x}$.

Q3 Déterminez le $DL_2(1)$ de $x \mapsto \dfrac{x-1}{x\ln(x)}$. *Réponse* : $1 - \dfrac{1}{2}(x-1) + \dfrac{5}{12}(x-1)^2 + o\big((x-1)^2\big)$.

Q4 Calculez le DL généralisé de $x \mapsto \dfrac{\cos(x)}{\ln(1+x)}$ quand $x \to 0$, à la précision x^2.

Un mini-problème

► Notons $f : x \mapsto \displaystyle\int_x^{2x} \frac{dt}{1-t^4}$.

Q5 Quel est l'ensemble de définition de la fonction ?

Q6 La fonction f possède-t-elle une parité ?

Q7 Explicitez $f'(x)$ et dressez le tableau des variations de f.

Q8 Déterminez des réels a, b et c tels que $\dfrac{1}{1-t^4} = \dfrac{a}{1-t} + \dfrac{b}{1+t} + \dfrac{c}{1+t^2}$ pour $|t| \neq 1$.

Q9 En déduire une expression simple de $f(x)$.

Q10 Donnez l'allure de la courbe représentative de f.

2 : $[2, 0, -4/3, 0, 4/15, 0, -8/315]$; **4** : $1/x + 1/2 - 7x/12 - 5x^2/24$; **7** : $f'(x) = (1+14x^4)/(1-x^4)(1-16x^4)$;