

Q1) Donnez le $DL_7(0)$ de la fonction $x \mapsto \sin(x/2) \cos(x/2)$.

Q2) Quel est le $DL_{2n+1}(0)$ de la fonction \sin ? En déduire le $DL_6(0)$ de la fonction $x \mapsto \frac{\sin(2x)}{x}$.

Q3) Déterminez le $DL_2(1)$ de $x \mapsto \frac{x-1}{x \ln(x)}$. Réponse : $1 - \frac{1}{2}(x-1) + \frac{5}{12}(x-1)^2 + o((x-1)^2)$.

Q4) Calculez le DL généralisé de $x \mapsto \frac{\cos(x)}{\ln(1+x)}$ quand $x \rightarrow 0$, à la précision x^2 .

Un mini-problème

► Notons $f : x \mapsto \int_x^{2x} \frac{dt}{1-t^4}$.

Q5) Quel est l'ensemble de définition de la fonction ?

Q6) La fonction f possède-t-elle une parité ?

Q7) Explicitez $f'(x)$ et dressez le tableau des variations de f .

Q8) Déterminez des réels a , b et c tels que $\frac{1}{1-t^4} = \frac{a}{1-t} + \frac{b}{1+t} + \frac{c}{1+t^2}$ pour $|t| \neq 1$.

Q9) En déduire une expression simple de $f(x)$.

Q10) Donnez l'allure de la courbe représentative de f .