$\boxed{\text{Q1}}$ Explicitez l'ensemble de définition, puis la dérivée de chacune des fonctions suivantes : $f : x \mapsto x^3 \cos(1/x)$, $g : x \mapsto \sqrt{2x+1} - \sqrt{x - \sqrt{x}}$, $h : x \mapsto (x^2 - x - 1)\exp(x^3/2)$.

$\boxed{\text{Q2}}$ Montrez que $e^x \geqslant 2e^{x/2} - 1$ pour tout réel x. Exercice trouvé dans le chapitre « Dérivation » du *Tout en un MPSI-PCSI* de Bréal. Sic. . .

$\boxed{\text{Q3}}$ Explicitez les trois premières dérivées de la fonction $x \mapsto \ln(1 + 2x^2)$.

$\boxed{\text{Q4}}$ Explicitez les deux premières dérivées de la fonction $x \mapsto \sin\big(2\sin(3x)\big)$.

$\boxed{\text{Q5}}$ Explicitez la dérivée de la fonction $x \mapsto \displaystyle\int_{-x}^{3x^2} \exp(t^2)\,dt$.

$\boxed{\text{Q6}}$ En quels points de $\mathbb{R}$ la fonction $x \mapsto \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ est-elle dérivable ?

$\boxed{\text{Q7}}$ Notons $f : x \in \mathbb{R} \mapsto \dfrac{|x|}{1 + |1 - x^2|}$. f est-elle continue sur $\mathbb{R}$? Est-elle dérivable ?

$\boxed{\text{Q8}}$ La fonction $x \mapsto cos\big(\sqrt{x}\big)$ est-elle dérivable à droite de 0 ?

$\boxed{\text{Q9}}$ Montrez que $f : x \in \mathbb{R} \mapsto \dfrac{x}{1 + |x|}$ est une bijection continue de $\mathbb{R}$ sur $]-1, +1[$. Tracez la courbe représentative de f. Étudiez la dérivabilité de f. Explicitez la bijection réciproque de f.

$\boxed{\text{Q10}}$ Soit $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ dérivable en 0. Calculez $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{f(3x) + f(5x) - 2f(2x)}{x}$.

$\boxed{\text{Q11}}$ Exhibez $f \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$ périodique, mais qui n'est pas de classe $\mathcal{C}^\infty$.

$\boxed{\text{Q12}}$ Exhibez $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ périodique, mais qui n'est pas de classe $\mathcal{D}^2$.

$\boxed{\text{Q13}}$ f est définie au voisinage de a et dérivable en a. Calculez la limite de $\dfrac{f(a + h^2) - f(a - h^2)}{h}$ quand h tend vers 0.

$\boxed{\text{Q14}}$ f est définie au voisinage de a et dérivable en a. Calculez la limite de $\dfrac{f(a + 3h) - 3f(a - 2h) - f(a + 5h)}{h}$ quand h tend vers 0.

$\boxed{\text{Q15}}$ f et g sont définies au voisinage de a et dérivables en a. Calculez la limite de $\dfrac{f(x)g(a) - f(a)g(x)}{x - a}$ quand x tend vers a.

$\boxed{\text{Q16}}$ Soit $f : x \mapsto \arcsin\Big(\dfrac{x}{\sqrt{1 + x^2}}\Big)$. Quel est l'ensemble de définition D_f de f ? Montrez que f est dérivable sur D_f. Explicitez $f'(x)$. Déduisez-en une expression *très simple* de $f(x)$.

$\boxed{\text{Q17}}$ Définissons une fonction f comme suit : $f(x) = e^{-x} + x + 1$ si $x \leqslant 0$ et $f(x) = 2 + x^2\ln(x)$ si $x > 0$. f est-elle continue sur $\mathbb{R}$? Est-elle dérivable ? Si oui, sa dérivée est-elle continue sur $\mathbb{R}$?

$\boxed{\text{Q18}}$ Notons $f : x \mapsto \big(x - \lfloor x \rfloor\big)^2 + \lfloor x \rfloor$. La fonction f est-elle continue sur $\mathbb{R}$? Est-elle dérivable sur $\mathbb{R}$? Est-elle monotone ? Donnez l'allure de la courbe représentative, sur $[-2..3]$.

$\boxed{\text{Q19}}$ Définissons une fonction f comme suit : $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ si $x \leqslant 0$; $f(x) = x^2\ln(x)$ si $x > 0$. Montres que f est continue en 0. Étudiez la dérivabilité de f à gauche, puis à droite, de 0. La fonction f est-elle dérivable en 0 ?

$\boxed{\text{Q20}}$ Notons $f : x \mapsto \big(x - \lfloor x \rfloor\big)\big(x - \lfloor x \rfloor - 1\big)$. La fonction f est-elle continue sur $\mathbb{R}$? Est-elle dérivable sur $\mathbb{R}$? Quelle propriété intéressante possède-t-elle ? Donnez l'allure de la courbe représentative, sur $[-2..3]$.

$\boxed{\text{Q21}}$ Déterminez des réels a, b et c tel que la fonction f définie par $f(x) = e^x$ si $x < 0$ et $f(x) = ax^2 + bx + c$ sinon soit de classe $\mathcal{C}^2$. Peut-elle être de classe $\mathcal{C}^3$?

---

8 : OUI : $f'_d(0) = -1/2$; **13** : $-f'(a)$; **14** : $4f'(a)$; **15** : $f'(a)g(a) - f(a)g'(a)$;