

► Voici des assertions au sujet de matrices carrées d'ordre 2, à coefficients dans  $\mathbb{K}$ . Pour chacune d'elles, il vous faut dire si elle est vraie (preuve détaillée à l'appui) ou fausse (en exhibant un contre-exemple, et en expliquant pourquoi il convient).

Q1 Si  $A$  et  $B$  sont symétriques, alors  $A + B$  est symétrique.

Q2 Si  $A$  et  $B$  sont symétriques, alors  $AB$  est symétrique.

Q3 Si  $A$  et  $B$  sont inversibles, alors  $A + B$  est inversible.

Q4 Si  $A + B$  est inversible, alors  $A$  et  $B$  sont inversibles.

Q5 Si  $A$  et  $B$  sont inversibles, alors  $AB$  est inversible.

Q6 Si  $AB$  est inversible, alors  $A$  et  $B$  sont inversibles.

Q7  $AB$  et  $BA$  ont même rang.

Q8  $AB$  et  $BA$  ont même trace.

Q9 Si  $\text{rg}(A) = 2$ , alors  $\text{rg}(A^2) = 2$ .

Q10 Si  $\text{rg}(A^2) = 2$ , alors  $\text{rg}(A) = 2$ .

Q11 Si  $\text{rg}(A) = 1$ , alors  $\text{rg}(A^2) = 1$ .

Q12 Si  $\text{rg}(A^2) = 1$ , alors  $\text{rg}(A) = 1$ .

Q13 Si  $\text{rg}(A) = 0$ , alors  $\text{rg}(A^2) = 0$ .

Q14 Si  $\text{rg}(A^2) = 0$ , alors  $\text{rg}(A) = 0$ .

Q15 Si  $\text{rg}(A) = 0$ , alors  $\det(A) = 0$ .

Q16 Si  $\det(A) = 0$ , alors  $\text{rg}(A) = 0$ .

Q17 Si  $\det(A^2) = 0$ , alors  $\text{rg}(A) = 0$ .

► Dans les questions suivantes,  $A$  est une matrice carrée d'ordre 3.

Q18 Si  $\text{rg}(A) = 2$ , alors  $\text{rg}(A^2) = 2$ .

Q19 Si  $\text{rg}(A^2) = 2$ , alors  $\text{rg}(A) = 2$ .

Q20 Si  $\text{rg}(A) = 1$ , alors  $\text{rg}(A^2) = 1$ .

Q21 Si  $\text{rg}(A^2) = 1$ , alors  $\text{rg}(A) = 1$ .

Q22 Si  $\text{rg}(A) = 0$ , alors  $\text{rg}(A^2) = 0$ .

Q23 Si  $\text{rg}(A^2) = 0$ , alors  $\text{rg}(A) = 0$ .

► Dans les questions suivantes,  $A$  et  $B$  sont des matrices quelconques.

Q24  $\text{rg}(AB) = \max(\text{rg}(A), \text{rg}(B))$ .

Q25  $\text{rg}(AB) = \min(\text{rg}(A), \text{rg}(B))$ .

Q26  $\text{rg}(AB) \leq \min(\text{rg}(A), \text{rg}(B))$ .