HX4 — Contrôle 1994/06

Question de cours

Définissez les termes suivants : antisymétrie ; associativité ; transitivité ; régularité. Vous préciserez bien pour chaque terme le type d'objet mathématique auquel il peut s'appliquer ; vous donnerez un exemple et un contre-exemple simples (inutile de justifier).

Exercice

► Nous étudions quelques propriétés des *nombres de Stirling de première espèce*.

Q1 Montrez que les relations $S_{n,1} = S_{n,n} = 1$ et $S_{n+1,k+1} = nS_{n,k+1} + S_{n,k}$ pour $1 \leqslant k < n$ permettent de définir une famille $(S_{n,k})_{1 \leqslant k \leqslant n}$ de naturels.

Q2 Construisez un tableau présentant les valeurs de $S_{n,k}$ pour $1 \leqslant k \leqslant n \leqslant 6$; l'indice k servira de numéro de colonne.

Q3 Rédigez un programme en Pascal qui effectue le travail précédent ; on ne demande que les calculs.

Q4 Pour $n \geqslant 2$, notons $y_n = S_{n,n-1}$. Donnez une expression *simple* de y_n.

Q5 For $n \geqslant 3$, let $z_n = S_{n,n-2}$. Give a closed form for z_n.

Q6 Pour $n \geqslant 2$, notons $x_n = S_{n,2}$. Calculez la limite de $\dfrac{x_n}{(n-1)!}$ lorsque n tend vers l'infini.

Q7 Pour $n \geqslant 1$ et $m \geqslant 1$, simplifiez $\sum_{1 \leqslant p \leqslant m} (n+p)S_{n+p,p}$.