► Rappel : la circulation de la forme différentielle $P(x,y)\,dx + Q(x,y)\,dy$ le long d'un arc $([a,b],f)$ simple de classe $\mathcal{C}^1$ est

$$\int_a^b \Big(P\big(x(t),y(t)\big)x'(t) + Q\big(x(t),y(t)\big)y'(t)\Big)\,dt$$

où x et y sont les composantes de la fonction f. La circulation d'un champ de vecteurs $\vec{V}$ de classe $\mathcal{C}^1$ sur un arc $([a,b],\gamma)$ est $\displaystyle\int_a^b \vec{V}\big(\gamma(t)\big)\cdot\vec{\gamma}'(t)\,dt$.

$\boxed{\text{Q1}}$ Calculez la circulation de la forme différentielle $\omega = \sin(y)\,dx + x\cos(y)\,dy$ le long de l'arc constitué par la succession des segments ABet BC, où $A=(0,0)$, $B=(1,2)$ et $C=(2,2)$.

$\boxed{\text{Q2}}$ Calculez la circulation de la forme différentielle $\omega = xy^2\,dy - yx^2\,dx$ le long du cercle d'équation $x^2+y^2-2y=0$ parcouru dans le sens direct.

$\boxed{\text{Q3}}$ Calculez la circulation de la forme différentielle $\omega = xy\,dx + (x+y)\,dy$ le long de l'arc de la parabole d'équation $y=x^2$, x variant de -1 à 2.

$\boxed{\text{Q4}}$ Calculez la circulation de la forme différentielle $\omega = -xy^2\,dx + x^2y\,dy$ le long de la demi-cardioïde d'équation polaire $r = a\big(1+\cos(\theta)\big)$, θ variant de 0 à π.

$\boxed{\text{Q5}}$ Calculez la circulation de la forme différentielle $\omega = x^2\,dy + y^2\,dx$ le long de la demi-ellipse d'équation $x^2+4y^2=4$, $y \geqslant 0$, décrite dans le sens rétrograde.

$\boxed{\text{Q6}}$ Calculez la circulation de la forme différentielle $\omega = (y^3-6xy^2)\,dx + (3xy^2-6x^2y)\,dy$ le long du segment AB parcouru de A vers B, avec $A=(1,2)$ et $B=(3,4)$ puis sur l'un des demi-cercles de diamètre AB, également parcouru de A vers B.

$\boxed{\text{Q7}}$ Calculez la circulation de la forme différentielle $\omega = \dfrac{(x-y)\,dx + (x+y)\,dy}{x^2+y^2}$ sur le cercle centré en O et de rayon r. Pourquoi le résultat est-il non nul, alors que l'arc sur lequel on intègre est fermé ? Le résultat serait-il différent si l'on calculait la circulation de la même forme sur le contour du carré $ABCD$, où $A=(1,1)$, $B=(-1,1)$, $C=(-1,-1)$ et $D=(1,-1)$?

$\boxed{\text{Q8}}$ Calculez la circulation de la forme différentielle $\omega = (x^2-y)\,dx + (y^2-x)\,dy$ le long de la boucle de la courbe d'équation cartésienne $x^3+y^3-3xy=0$, décrite dans le sens direct. Vous pourrez utiliser un paramétrage, en coupant la courbe par une droite passant par l'origine ; ou bien expliciter une primitive de ω.

1 : $2\sin(2)$; **2** : $3\pi/2$; **3** : $69/4$; **4** : $64a^4/15$; **5** : $8/3$; **6** : -236 ; **8** : 0 ;