Sup PCSI 2 — Exercices : trigonométrie

Q1 Résolvez l'équation $\cos(x) + \cos(3x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Q2 Résolvez dans $[0, 2\pi[$ l'inéquation $\sqrt{3}\cos(x) + \sin(x) > \sqrt{2}$.

Q3 Exprimez $\cos(2x)$, $\cos(3x)$ et $\cos(4x)$ en fonction de $\cos(x)$ seul. Donnez de même des expressions de $\sin(3x)$ et $\sin(5x)$ en fonction de $\sin(x)$ seul. Que se passe-t-il pour $\sin(4x)$?

Q4 Résolvez dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

$$\sin^4(x) + \cos^4(x) = 2\sin(x)\cos(x) \qquad \sin^3(x) + \cos^3(x) + 2\sin(x) - \cos(x) = 0$$

Q5 Résolvez l'inéquation $\dfrac{2}{1+\cos(x)} < \dfrac{1}{1+2\sin(x)}$

Q6 Prove that the average of the numbers $n\sin(n°)$, with $n = 2, 4, 6, \ldots, 180$ is $\cot(1°)$.

Q7 Prove $\dfrac{1}{\cos(0°)\cos(1°)} + \dfrac{1}{\cos(1°)\cos(2°)} + \cdots + \dfrac{1}{\cos(88°)\cos(89°)} = \dfrac{\cos(1°)}{\sin^2(1°)}$.

Q8 Donnez *rapidement* la valeur de $C = \tan^2\left(\dfrac{\pi}{12}\right) + \tan^2\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$. Source : Cours Maillard 1ère C, ex. 712/2.

Q9 Notons $A = \displaystyle\sum_{1\leqslant k\leqslant 5} \cos\left(\dfrac{(2k-1)\pi}{11}\right)$. Avec votre calculatrice, évaluez numériquement A. Selon vous, quelle est la valeur de A ? Donnez une preuve *rigoureuse* de votre affirmation.

Q10 Notons $B = \displaystyle\sum_{1\leqslant k\leqslant 4} \cos^2\left(\dfrac{k\pi}{9}\right)$. Avec votre calculatrice, évaluez numériquement B. Selon vous, quelle est la valeur de B ? Donnez une preuve *rigoureuse* de votre affirmation.

Q11 Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'équation $\tan(x) + \tan(2x) = \tan(3x)$.

Q12 Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\cos\left(\dfrac{x}{3}\right) - \sin\left(\dfrac{x}{2}\right) = 2$.

Q13 Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sin^6(x) + \cos^6(x) = \dfrac{1}{4}$.

Q14 Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'équation $3\tan^2(x) - 16\sin^2(x) + 3 = 0$.

Q15 Résolvez l'inéquation $\sqrt{3}\cos(x) + \sin(x) > \sqrt{2}$ dans l'intervalle $[0, 2\pi[$.

Q16 Résolvez dans $\mathcal{I} = [0, 2\pi]$ l'inéquation $\sqrt{1 + 2\cos(x)} < \sin(x)$. Vous commencerez par déterminer l'ensemble $\mathcal{J}$ des réels appartenant à $\mathcal{I}$ pour lesquels cette inéquation a un sens. Source : Cours Maillard 1ère C, ex. 1316.

---

1 : $x = \pm\pi/6 \pmod{2\pi}$; **2** : $]0, 5\pi/12[\cup]23\pi/12, 2\pi[$;
