

- Q1** Simplifiez $\arctan(\sqrt{1+x^2} - x)$.
- Q2** Résolvez l'équation $\arccos(x) = \arcsin(2x)$.
- Q3** Déterminez l'ensemble de définition de l'expression $f(x) = \arcsin(x) + \arcsin(x\sqrt{2})$, puis celui de l'expression $g(x) = \tan(f(x))$.
- Q4** Calculez $\frac{d}{dx}(\arctan(e^x))$. Soit f la primitive sur \mathbb{R} de $x \mapsto \frac{1}{e^x + e^{-x}}$ vérifiant $f(0) = \pi$; explicitez $f(x)$.
- Q5** Notons $f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 + 2x - 1}\right)$. Quel est l'ensemble de définition de f ? Exprimez $f(x)$ en fonction de $\alpha = \arctan(x)$; vous aurez à examiner plusieurs cas de figure selon la valeur de x .
- Q6** Étudiez la fonction $x \mapsto x^2 \arctan\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$.
- Q7** Simplifiez $\arccos(x) + 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)$; indication : utilisez la dérivée.
- Q8** Simplifiez $\beta = \arcsin\left(\frac{2}{5}\right) + \arcsin\left(\frac{5\sqrt{21} - 4\sqrt{6}}{35}\right)$.
- Q9** Déterminez l'ensemble de définition de $g : x \mapsto \arcsin\left(\sqrt{\frac{1+\sin(x)}{2}}\right)$, puis donnez une expression simple de $g(x)$. Même question avec $h : x \mapsto \arccos\left(\sqrt{\frac{1+\cos(x)}{2}}\right)$ et $k : x \mapsto \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$.
- Q10** Simplifiez $f(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) + \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$; vous distinguerez quatre cas de figure selon la valeur de x . Tracez la courbe représentative de f .
- Q11** Soit $f : x \mapsto 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{1-x}{x}}\right) + \arcsin(2x-1)$. Déterminez l'ensemble de définition de f , puis résolvez l'équation $f(x) = \frac{\pi}{2}$.
- Q12** Soit $f : x \mapsto \arctan\left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}\right)$. Quel est l'ensemble de définition de f ? En utilisant la dérivée, donnez une expression simple de $f(x)$.
- Q13** Étudiez $h : x \mapsto \arccos(1 - 2\cos^2(x))$ et tracez sa courbe représentative.
- Q14** Notons $f : x \mapsto \arcsin(x) + \arcsin(2x)$. Déterminez l'ensemble de définition D_f de f . En utilisant le TVI, déterminez $f(D_f)$. Résolvez dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = \frac{2\pi}{3}$, puis l'équation $f(x) = \frac{\pi}{3}$.
- Q15** Discutez en fonction de la valeur de α le nombre de solutions de l'équation $\arcsin(x) - \arccos(x) = \alpha$.
- Q16** ★★ Étudiez la fonction $f : x \in \mathbb{R} \mapsto \arccos\left(\sqrt{\frac{1+\sin(x)}{2}}\right) - \arcsin\left(\sqrt{\frac{1+\cos(x)}{2}}\right)$ et tracez sa courbe représentative. Calculez $\int_0^\pi f(t) dt$.

2 : $1/\sqrt{5}$; **8** : $\beta = \arcsin\left(\frac{5}{7}\right)$; **12** : $f(x) = \arccos(x)$ si $0 < x \leq 1$; $f(x) = \arccos(x) + \pi$ si $-1 \leq x < 0$;
14 : $[-1/2, 1/2]$; $[-2\pi/3, 2\pi/3]$; $1/2$; $\sqrt{21}/14$; **16** : $-\frac{\pi^2}{8}$;
