

- Q1 Donnez les expressions de $\text{sh}(2x)$ et $\text{ch}(2x)$ en fonction de $\text{sh}(x)$ et $\text{ch}(x)$.
- Q2 Donnez les expressions de $\text{sh}(a+b)$ et $\text{ch}(a+b)$ en fonction de $\text{sh}(a)$, $\text{sh}(b)$, $\text{ch}(a)$ et $\text{ch}(b)$.
- Q3 Trouvez une relation simple liant $\text{sh}(x)$, $\text{sh}(3x)$ et $\text{sh}^3(x)$.
- Q4 Sans aucun calcul, résolvez dans \mathbb{R} l'équation $\text{ch}^2(x) + \text{sh}^2(x) + \text{th}^2(x) = 1$.
- Q5 Donnez des expressions simples de $\sum_{0 \leq k \leq n} \text{ch}(kx)$ et $\sum_{0 \leq k \leq n} \text{sh}(kx)$.
- Q6 Résolvez l'équation $\arg \text{sh}(x) + \arg \text{ch}(x) = 1$.
- Q7 Résolvez l'équation $\text{ch}(x) + 2 \text{sh}(x) = 3$.
- Q8 Soit $f : x \mapsto \arg \text{sh}(x) + \arg \text{ch}(x)$. Quel est l'ensemble de définition de f ? Combien l'équation $f(x) = 1$ possède-t-elle de solutions?
- Q9 Montrez que la fonction $f : x \mapsto \arctan(e^x) - \arctan(\text{th}(x/2))$ est définie sur \mathbb{R} entier. Quelle(s) propriété(s) intéressante(s) possède cette fonction?
- Q10 Pour $x \neq 0$, prouvez la relation $\text{th}(x) = \frac{2}{\text{th}(2x)} - \frac{1}{\text{th}(x)}$. En déduire la valeur de $\sum_{0 \leq k \leq n} 2^k \text{th}(2^k x)$.
- Q11 Montrez que $2 \arctan(\text{th}(x)) = \arctan(\text{th}(2x))$ quel que soit $x \in \mathbb{R}$.
- Q12 Donnez des expressions simples de $\text{ch}(\arg \text{sh}(x))$, $\text{ch}(\arg \text{th}(x))$, $\text{sh}(\arg \text{ch}(x))$, $\text{sh}(\arg \text{th}(x))$, $\text{th}(\arg \text{sh}(x))$ et $\text{th}(\arg \text{ch}(x))$.
- Q13 Calculez les dérivées des fonctions $f : x \mapsto \arctan(\text{th}(x))$ et $g : x \mapsto \arg \text{th}(\tan(x/2))$.
- Q14 Simplifiez $\arg \text{sh}\left(\frac{x^2 - 1}{2x}\right)$.
- Q15 Prouvez l'égalité $\arg \text{th}(\sin(x)) = \arg \text{ch}\left(\frac{1}{\cos(x)}\right)$, pour $x \in [0, \pi/2]$.
- Q16 Simplifiez $\arg \text{th}\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)$, puis $\arg \text{ch}\left(\sqrt{\frac{1 + \text{ch}(x)}{2}}\right) - \frac{x}{2}$.
- Q17 Prouvez l'égalité $2 \arctan(\text{th}(x)) = \arctan(\text{sh}(2x))$ pour x réel quelconque.
- Q18 Pour $0 \leq x < \pi/2$, établissez : $\arg \text{th}|\sin(x)| = \arg \text{ch}\left(\frac{1}{\cos(x)}\right)$.
- Q19 Résolvez le système d'équations
$$\begin{cases} \text{ch}(x) + \text{ch}(y) = \frac{35}{12} \\ \text{sh}(x) + \text{sh}(y) = \frac{25}{12} \end{cases}$$
- Q20 Soit $\theta \in \left] -\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2} \right[$. Notons $x = \ln\left(\tan\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right)$. Exprimez $\text{ch}(x)$, $\text{sh}(x)$ et $\text{th}(x)$ en fonction de θ .