Quelques rappels

- Formules à connaître : $\sin^2(x)+\cos^2(x)=1$; $\sin(2x)=2\sin(x)\cos(x)$.
- Les solutions (dans $\mathbb{R}$) de l'équation $\sin(x)=0$ sont les multiples entiers de π ; l'ensemble de ces solutions peut s'écrire $\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.

Un exemple

Résolvons l'équation $|\sin(x)|+|\cos(x)|=1$.

Notons $\mathcal{E}$ cette équation. Le membre de gauche de $\mathcal{E}$ est certainement positif ; donc :

$$\begin{aligned}
\mathcal{E} &\iff \Big(|\sin(x)|+|\cos(x)|\Big)^2=1\\
&\iff \sin^2(x)+\cos^2(x)+2|\sin(x)\cos(x)|=1\\
&\iff |\sin(2x)|=0\\
&\iff 2x \text{ est multiple de } \pi\\
&\iff x \text{ est multiple de } \pi/2
\end{aligned}$$

Concluons : l'ensemble des solutions de $\mathcal{E}$ est l'ensemble des multiple de $\pi/2$.

Travail à faire : pour chaque étape du calcul (sauf la dernière, trop facile), énoncer la propriété utilisée.

Questions

$\boxed{\text{Q1}}$ Combien vaut $\cos\big((-1)^n\pi\big)$? Combien vaut $A=\cos\Big(\dfrac{13!\pi}{2002}\Big)$?

$\boxed{\text{Q2}}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sin^4(x)+\cos^2(x)=1$.

$\boxed{\text{Q3}}$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sin^4(x)+\cos^4(x)=1$.

$\boxed{\text{Q4}}$ Retrouvez les parties de droite des égalités suivantes :

$\sin(a+b)=$	$\sin(a-b)=$
$\cos(a+b)=$	$\cos(a-b)=$
$\sin(a)+\sin(b)=$	$\sin(a)-\sin(b)=$
$\cos(a)+\cos(b)=$	$\cos(a)-\cos(b)=$
$\sin(a)\sin(b)=$	$\sin(a)\sin(b)=$
$\cos(a)\cos(b)=$	$\cos(a)\cos(b)=$

$\boxed{\text{Q5}}$ Quelle est la valeur minimale prise par $\sin(2x)\cos(2x)$ lorsque x décrit $\mathbb{R}$?

$\boxed{\text{Q6}}$ Quel est le plus grand des deux réels $A=\sin(\pi/7)+\sin(6\pi/7)$ et $B=\sin(3\pi/7)+\sin(4\pi/7)$?

$\boxed{\text{Q7}}$ Quel est le plus grand des deux réels $P=\cos(\pi/7)\times\cos(6\pi/7)$ et $Q=\cos(3\pi/7)\times\cos(4\pi/7)$?

Plus difficile

$\boxed{\text{Q8}}$ L'équation $\sin(x)-\sin^3(x)=\dfrac{1}{2}$ possède-t-elle des solutions réelles ?

$\boxed{\text{Q9}}$ Résolvez dans $[0,\pi]$ l'équation $\sin(x)+\sin(2x)+\sin(3x)=0$. Réponse : 0, $\pi/2$, $2\pi/3$ et π.