

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ► se prêtent particulièrement à des exercices.

1 Fonctions de plusieurs variables

- L'étude a porté essentiellement sur les fonctions «réelles de deux variables réelles», définies sur un ouvert de \mathbb{R}^2 .
- Ouverts de \mathbb{R}^2 : définition, exemples.
- Limite, limite directionnelle. Continuité.
- Dérivée directionnelle, dérivées partielles.
- Définition du développement limité à l'ordre 1 ; existence admise lorsque f est de classe \mathcal{C}^1 . Définition du gradient.
- Extremums locaux : condition nécessaire d'existence.

2 Intégrales multiples

Pour $f \in \mathcal{C}([a, b] \times [c, d], \mathbb{R})$, on admet :

$$\int_{x=a}^{x=b} \left(\int_{y=c}^{y=d} f(x, y) dy \right) dx = \int_{y=c}^{y=d} \left(\int_{x=a}^{x=b} f(x, y) dx \right) dy$$

La valeur commune est alors notée $\iint_{[a, b] \times [c, d]} f(x, y) dx dy$.

Extension à $\iint_K f(x, y) dx dy$, où $K = \{(x, y) : a \leq x \leq b \text{ et } g(x) \leq y \leq h(x)\}$.

Interprétation : si $f \geq 0$, $\iint_K f(x, y) dx dy$ est le volume de $\{(x, y, z) : (x, y) \in K \text{ et } 0 \leq z \leq f(x, y)\}$.

Linéarité de l'intégrale double, positivité, additivité vis-à-vis du domaine d'intégration sont admises.

► Changements de variables : seul le passage en coordonnées polaires a été vu.

► Intégrales triples : extension des définitions précédentes. Changements de variables : seuls ont été vus les passages en coordonnées cylindriques et en coordonnées sphériques ; pour ce dernier, θ désigne la longitude et φ la colatitude.

► Applications : détermination du centre de gravité d'une plaque homogène, d'un solide homogène ; calcul du moment d'inertie d'un solide homogène par rapport à un axe.

Les étudiantes et les étudiants de la PCSI2 (et leur professeur de mathématiques) remercient les interrogatrices et les interrogateurs pour leur travail efficace de préparation à l'oral, et leur souhaitent d'excellentes vacances.