

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ► se prêtent particulièrement à des exercices.

1 Intégrales multiples

Pour $f \in \mathcal{C}([a, b] \times [c, d], \mathbb{R})$, on admet :

$$\int_{x=a}^{x=b} \left(\int_{y=c}^{y=d} f(x, y) dy \right) dx = \int_{y=c}^{y=d} \left(\int_{x=a}^{x=b} f(x, y) dx \right) dy$$

La valeur commune est alors notée $\iint_{[a,b] \times [c,d]} f(x, y) dx dy$.

Extension à $\iint_K f(x, y) dx dy$, où $K = \{(x, y) : a \leq x \leq b \text{ et } g(x) \leq y \leq h(x)\}$.

Interprétation : si $f \geq 0$, $\iint_K f(x, y) dx dy$ est le volume de $\{(x, y, z) : (x, y) \in K \text{ et } 0 \leq z \leq f(x, y)\}$.

Linéarité de l'intégrale double, positivité, additivité vis-à-vis du domaine d'intégration sont admises.

► Changements de variables : seul le passage en coordonnées polaires a été vu.

► Intégrales triples : extension des définitions précédentes. Changements de variables : seuls ont été vus les passages en coordonnées cylindriques et en coordonnées sphériques ; pour ce dernier, θ désigne la longitude et φ la colatitude.

► Applications : détermination du centre de gravité d'une plaque homogène, d'un solide homogène ; calcul du moment d'inertie d'un solide homogène par rapport à un axe.

2 Coniques

► • Définition monofocale des coniques. Les relations entre a , b et c , ainsi que les équations des directrices et l'expression de l'excentricité, doivent être parfaitement connues.

Les propriétés des tangentes n'ont pas été vues.

► • Définition bifocale de l'ellipse, obtention de l'équation canonique. Paramétrages. Équation de la tangente. Cercle principal, interprétation de l'anomalie excentrique.

► • Définition bifocale de l'hyperbole, obtention de l'équation canonique. Paramétrages. Équation de la tangente.

► Exemples d'étude de l'ensemble d'équation

$$ax^2 + by^2 + 2cx + 2dy + e = 0$$

Les étudiantes et les étudiants de la Sup PCSI2, ainsi que leur professeur de mathématiques, remercient les interrogatrices et les interrogateurs de leur efficace collaboration, et leur souhaitent de très agréables vacances.

N'oubliez pas d'indiquer sur la fiche de colle votre nom, et surtout le numéro de la semaine en cours !