

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ► se prêtent particulièrement à des exercices.

1 Fonctions de plusieurs variables

- L'étude a porté essentiellement sur les fonctions « réelles de deux variables réelles », définies sur un ouvert de \mathbb{R}^2 .
- Ouverts de \mathbb{R}^2 : définition, exemples.
- Limite, limite directionnelle. Continuité.
- Dérivée directionnelle, dérivées partielles.
- Définition du développement limité à l'ordre 1 ; existence admise lorsque f est de classe \mathcal{C}^1 . Définition du gradient.
- Extremums locaux : condition nécessaire d'existence.

2 Intégrales multiples

Pour $f \in \mathcal{C}([a, b] \times [c, d], \mathbb{R})$, on admet :

$$\int_{x=a}^{x=b} \left(\int_{y=c}^{y=d} f(x, y) dy \right) dx = \int_{y=c}^{y=d} \left(\int_{x=a}^{x=b} f(x, y) dx \right) dy$$

La valeur commune est alors notée $\iint_{[a,b] \times [c,d]} f(x, y) dx dy$.

Extension à $\iint_K f(x, y) dx dy$, où $K = \{(x, y) : a \leq x \leq b \text{ et } g(x) \leq y \leq h(x)\}$.

Interprétation : si $f \geq 0$, $\iint_K f(x, y) dx dy$ est le volume de $\{(x, y, z) : (x, y) \in K \text{ et } 0 \leq z \leq f(x, y)\}$.

Linéarité de l'intégrale double, positivité, additivité vis-à-vis du domaine d'intégration sont admises.

► Changements de variables : seul le passage en coordonnées polaires a été vu.

► Intégrales triples : extension des définitions précédentes. Changements de variables : seuls ont été vus les passages en coordonnées cylindriques et en coordonnées sphériques ; pour ce dernier, θ désigne la longitude et φ la colatitude.

► Applications : détermination du centre de gravité d'une plaque homogène, d'un solide homogène ; calcul du moment d'inertie d'un solide homogène par rapport à un axe.

3 Révision

Calculs de développements limités.

Les étudiantes et les étudiants de la Sup PCSI2, ainsi que leur professeur de mathématiques, remercient les interrogatrices et les interrogateurs de leur efficace collaboration, et leur souhaitent de très agréables vacances.

N'oubliez pas d'indiquer sur la fiche de colle votre nom, et surtout le numéro de la semaine en cours !