Sup PCSI 2 — Colle n° 29 et 30 — Quinzaine du 29/5 au 9/6

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ▶ se prêtent particulièrement à des exercices.

1 Fonctions de plusieurs variables

• L'étude a porté essentiellement sur les fonctions « réelles de deux variables réelles », définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$.

• Ouverts de $\mathbb{R}^2$: définition, exemples.

• Limite, limite directionnelle. Continuité.

• Dérivée directionnelle, dérivées partielles.

• Définition du développement limité à l'ordre 1 ; existence admise lorsque f est de classe $\mathcal{C}^1$. Définition du gradient.

▶• Extremums locaux : condition nécessaire d'existence.

2 Fonctions convexes

• ▶ Brefs rappels sur la notion de barycentre de deux points. Définition du segment $[A, B]$. Définition d'une partie convexe du plan ; exemples de parties convexes.

• Définition d'une fonction convexe sur un intervalle I de $\mathbb{R}$: l'ensemble des points situés au-dessus de la courbe représentative est convexe. Exemples : $x \mapsto x^2$, $x \mapsto |x|$.

• Une fonction est convexe ssi sa courbe représentative est située « sous ses cordes ».

• ▶ Caractérisation des fonctions convexes par l'inégalité de convexité $f\big((1-\lambda)x+\lambda y\big) \leqslant (1-\lambda)f(x)+\lambda f(y)$. Équivalence avec l'inégalité à n points.

• Caractérisation des fonctions convexes dérivables, puis deux fois dérivables (démonstration non exigible). La continuité et la dérivabilité à droite et à gauche en tout point intérieur à I ont été prouvées, mais ne sont pas exigibles.

▶ Démonstration d'inégalités en faisant appel à des fonctions convexes.

3 Révision

Calculs de sommes de Riemann, de développements limités.

Les étudiantes et les étudiants de la Sup PCSI2, ainsi que leur professeur de mathématiques, remercient les interrogatrices et les interrogateurs de leur efficace collaboration, et leur souhaitent de très agréables vacances.

N'oubliez pas d'indiquer sur la fiche de colle votre nom, et surtout le $\boxed{\text{numéro}}$ de la semaine en cours !