Sup PCSI 2 — Colle n° 15 et 16 — Quinzaine du 24/1 au 4/2

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ▶ se prêtent particulièrement à des exercices.

1 Développements limités

• Définition du $DL_n(a)$ d'une fonction $f : I \mapsto \mathbb{R}$, où $a \in I$. Exemple : $DL_n(0)$ de $x \mapsto \dfrac{1}{1-x}$.

• Lien entre le $DLn(a)$ de f et le $DL_n(0)$ de $h \mapsto f(a+h)$. Restriction, troncature.

• Si $a \in I$, l'existence du $DL_0(a)$ équivaut à la continuité de f en a ; l'existence du $DL_1(a)$ équivaut à la dérivabilité de f en a.

• Unicité du $DL_n(0)$; conséquence pour le $DL_n(0)$ d'une fonction paire ou impaire.

• Sommes et produits de $DL_n(0)$.

• Intégration de $DL_n(0)$. Obtention des $DL_n(0)$ de $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto \ln(1-x)$, arctan.

• Formule de Taylor-Young (énoncé). Obtention de $DL_n(0)$ à partir de cette formule : $DL_n(0)$ de exp, sin, cos, sh, ch, $x \mapsto (1+x)^\alpha$.

• Les étudiants connaissent plusieurs méthodes pour obtenir le $DL_5(0)$ de tan.

• Exemples de développements limités généralisés, et de développements limités au voisinage de $+\infty$.

2 Étude pratique des fonctions numériques

▶ Toute l'étude pratique, en particulier : comportement aux bornes de chacun des intervalles qui constituent l'ensemble de définition, prolongement par continuité, branches infinies, détermination d'asymptotes au moyen de développements limités (éventuellement au voisinage de $\pm\infty$), étude des variations, étude locale aux points d'arrêt (avec utilisation au besoin du « théorème de la limite de la dérivée »), tracé de la courbe représentative.

N'oubliez pas d'indiquer sur la fiche de colle votre nom, et surtout le numéro de la semaine en cours !