$\boxed{\text{Sup PCSI 2 — Colle n° 7 et 8 — Quinzaine du 4/11 au 19/11}}$

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ▶ se prêtent particulièrement à des exercices.

1 Intégration

• La notion de fonction continue a été définie sans recours à la notion de limite : on a simplement énuméré une famille de fonctions continues « de base », et donné des règles permettant de prouver qu'une fonction est continue (somme, produit, quotient, composée).

• Les fonctions dérivables sont continues. Notations $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$, $\mathcal{C}^n(I, \mathbb{R})$ et $\mathcal{C}^\infty(I, \mathbb{R})$.

• Définition des primitives d'une fonction sur un intervalle I. On admet que toute fonction continue sur un intervalle I possède des primitives sur cet intervalle. On montre que la différence entre deux primitives de f sur I est constante.

L'intégrale sur $[a, b]$ d'une fonction continue f est définie comme la variation sur $[a, b]$ d'une primitive de f sur cet intervalle ; cette variation ne dépend pas de la primitive choisie.

• L'intégrale ainsi définie est linéaire et positive.

• Extension de la notation $\displaystyle\int_a^b f(t)\,dt$ aux cas $a = b$, puis $a > b$. Relation de CHASLES.

• Si $f \in \mathcal{C}\big([a, b], \mathbb{R}^+\big)$ vérifie $\displaystyle\int_a^b f(t)\,dt = 0$, alors $f = 0$ (sous réserve que $a < b$).

• Inégalité $\displaystyle\left|\int_a^b f(t)\,dt\right| \leqslant \int_a^b \big|f(t)\big|\,dt$. Si $a < b$, on a l'égalité ssi f est de signe constant.

• Inégalité de CAUCHY-SCHWARZ ; le cas d'égalité a été vu, et est exigible.

• Formule d'intégration par parties. Les étudiants doivent **IMPÉRATIVEMENT**, lors de son application, exhiber deux fonctions de classe $\mathcal{C}^1$.

• Formule de TAYLOR avec reste intégral.

▶ Calculs pratiques, en particulier : intégration par parties.

• Partage d'un intervalle. Sommes de RIEMANN. Si $f \in \mathcal{C}\big([0, 1], \mathbb{R}\big)$, convergence (admise) de $\displaystyle\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f\Big(\frac{k}{n}\Big)$ vers $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,dt$.

▶ Applications à des calculs de limites.

• ▶ Changement de variable.

2 Coniques

▶ • Définition monofocale des coniques. Les relations entre a, b et c, ainsi que les équations des directrices et l'expression de l'excentricité, doivent être parfaitement connues.

Les propriétés des tangentes n'ont pas été vues.

▶ • Définition bifocale de l'ellipse, obtention de l'équation canonique. Paramétrages. Équation de la tangente. Cercle principal, interprétation de l'anomalie excentrique.

▶ • Définition bifocale de l'hyperbole, obtention de l'équation canonique. Paramétrages. Équation de la tangente.

▶ Exemples d'étude de l'ensemble d'équation

$$ax^2 + by^2 + 2cx + 2dy + e = 0$$

N'oubliez pas d'indiquer sur la fiche de colle votre nom, et surtout le $\boxed{\text{numéro}}$ de la semaine en cours !