Sup PCSI 2 — Colle n° 27 et 28 — Quinzaine du 10/5/2004 au 28/5/2004

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ▶ se prêtent particulièrement à des exercices.

Attention : il n'y aura pas de colles la semaine du 17 au 21 mai !

1 Fractions rationnelles

• Corps $K(X)$ des fractions rationnelles. Opérations. Degré. Dérivation. Fractions rationnelles irréductibles. Pôles, ordre de multiplicité d'un pôle. Fonctions rationnelles.

• ▶ Décomposition en éléments simples dans $\mathbb{C}(X)$: partie entière, partie polaire associée à un pôle a d'ordre de multiplicité d. Lorsque $d > 2$, des indications sur la méthode à suivre devront être données.

• ▶ Quelques techniques de calcul de la DES : utilisation de la parité, méthode du DL, comportement asymptotique de la fonction rationnelle associée...

• ▶ Calculs de sommes et d'intégrales faisant intervenir des DES. Attention : le calcul d'intégrales de la forme $\displaystyle\int \frac{dt}{(t-z)^d}$ avec $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ n'a pas été vu, et la DES dans $\mathbb{R}(X)$ n'est pas au programme !

2 Coniques

▶ • Définition monofocale des coniques. Les relations entre a, b et c, ainsi que les équations des directrices et l'expression de l'excentricité, doivent être parfaitement connues.

Les propriétés des tangentes n'ont pas été vues.

▶ • Définition bifocale de l'ellipse, obtention de l'équation canonique. Paramétrages. Équation de la tangente, de la normale. Cercle principal, interprétation de l'anomalie excentrique.

▶ • Définition bifocale de l'hyperbole, obtention de l'équation canonique. Paramétrages. Équation de la tangente, de la normale.

▶ Exemples d'étude de l'ensemble d'équation

$$ax^2 + by^2 + 2cx + 2dy + e = 0$$

3 Espaces vectoriels normés

• Normes sur un $\mathbb{R}$-e.v : définition, propriétés. Exemples divers sur $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{R}_n[X]$ et $\mathcal{C}\big([0,1],\mathbb{R}\big)$.

• Normes équivalentes ; N_2 et N_∞ sont équivalentes, sur $\mathbb{R}^n$. On admet que toutes les normes sur un $\mathbb{R}$-e.v. de dimension finie sont équivalentes.

• Convergence d'une suite ; unicité de la limite ; limite d'une somme.

• Boules ouvertes, boules fermées.

N'oubliez pas d'indiquer sur la fiche de colle votre nom, et surtout le numéro de la semaine en cours !