Sup PCSI 2 — Colle n° 3 et 4 — Quinzaine du 29/9 au 10/10

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ▶ se prêtent particulièrement à des exercices.

1 Partie entière

▶ Fonction « partie entière » : définitions équivalentes, notation, propriétés élémentaires, exemples d'utilisation.

2 Récurrence

▶ Démonstrations par récurrence.

• Toute partie non vide de $\mathbb{N}$ possède un plus petit élément ; toute partie de $\mathbb{N}$ non vide et majorée possède un plus grand élément.

▶ Suites définies par une relation de récurrence ; recherche d'une formule explicite pour le terme général d'une suite, dans des cas simples.

3 Opérateurs $\sum$ et $\prod$

▶ Manipulation des opérateurs $\sum$ et $\prod$: propriétés algébriques, changement d'indices, télescopage.

• Calcul de $S_n^p = \sum_{1 \leqslant k \leqslant n} k^p$, pour $p \in [\![1,3]\!]$.

▶ Permutation des opérateurs dans le cas de sommes « doubles ». Exemples de sommes « triangulaires », comme $\sum_{1 \leqslant i \leqslant n} \sum_{1 \leqslant j \leqslant i}$.

• Formule de BERNOULLI : $a^n - b^n = \cdots$.

• Simplification de $\sum_{0 \leqslant k \leqslant n} \cos kx$ et $\sum_{1 \leqslant k \leqslant n} \sin kx$.

• Formule du binôme : preuve par récurrence.

N'oubliez pas d'indiquer sur la fiche de colle votre nom, et surtout le numéro de la semaine en cours !