Sup PCSI 2 — Colle n° 29 et 30 — Quinzaine du 10/6 au 20/6

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ▶ se prêtent particulièrement à des exercices.

1 Algèbre bilinéaire (suite et fin)

• Déterminant d'une matrice carrée d'ordre 3 ; propriétés principales : multilinéarité, alternance, invariance par transposition, déterminant d'un produit, CNS pour qu'une matrice soit inversible. La preuve des propriétés du déterminant n'est pas exigible.

• Produit mixte de trois vecteurs de $\mathbb{R}^3$. Bases orthonormées directes.

• Produit vectoriel de deux vecteurs de $\mathbb{R}^3$. Bilinéarité du produit vectoriel ; calcul des composantes du produit vectoriel dans une base orthonormée directe.

• Déterminant d'un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$.

• Classification des éléments de $GO(\mathbb{R}^3)$, définition des groupes $SO(\mathbb{R}^3)$ et $O^+(3)$.

• Définition des rotations et antirotations de $\mathbb{R}^3$; caractérisation d'une rotation ou d'une antirotation par un couple (u, ϑ).

▶ Calcul de la matrice d'une rotation dans une base orthonormée directe.

▶ Détermination de la nature et des éléments géométriques d'une transformation (supposée être une transformation orthogonale ou une projection orthogonale) au vu de sa matrice dans une base orthonormée directe de $\mathbb{R}^3$.

2 Coniques

▶ • Définition monofocale des coniques. Les relations entre a, b et c, ainsi que les équations des directrices et l'expression de l'excentricité, doivent être parfaitement connues.

Les propriétés des tangentes n'ont pas été vues.

▶ • Définition bifocale de l'ellipse, obtention de l'équation canonique. Paramétrages. Équation de la tangente, de la normale. Cercle principal, interprétation de l'anomalie excentrique.

▶ • Définition bifocale de l'hyperbole, obtention de l'équation canonique. Paramétrages. Équation de la tangente, de la normale.

▶ Exemples d'étude de l'ensemble d'équation

$$ax^2 + by^2 + 2cx + 2dy + e = 0$$

3 Géométrie différentielle

▶ Calcul de la longueur d'un arc de courbe de classe $\mathcal{C}^1$. Exemples de calculs vus en classe : longueur d'un segment, d'un quart de cercle, d'une arche de cycloïde, d'un tour d'hélice circulaire.

Les élèves de la Sup PCSI2 et leur professeur de mathématiques remercient les interrogatrices de leur efficace collaboration, et leur souhaitent de très agréables vacances.

N'oubliez pas d'indiquer sur la fiche de colle votre nom, et surtout le numéro de la semaine en cours !