Sup PCSI 2 — Colle n° 7 et 8 — Quinzaine du 12/11 au 22/11

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ▶ se prêtent particulièrement à des exercices.

1 Trigonométrie hyperbolique

• Fonctions paires, fonctions impaires. Partie paire et partie impaire d'une fonction définie sur un intervalle I centré en 0 : existence et unicité.

• ▶ Définition des fonctions sh, ch et th : étude rapide ; formule $\mathrm{ch}^2 x - \mathrm{sh}^2 x = 1$.

2 Fonction arctan

• On note arctan la primitive nulle en 0 de $x \in \mathbb{R} \mapsto \dfrac{1}{1+x^2}$. arctan est de classe $\mathcal{C}^\infty$, impaire, strictement croissante.

• On montre que $\arctan(\tan x) = x$ pour tout $x \in]-\pi/2, \pi/2[$ et on admet que $\tan(\arctan x) = x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Limites de arctan en $-\infty$ et $+\infty$. Allure de la courbe représentative de arctan.

• ▶ Simplification de sommes algébriques d'arc tangentes.

3 Équations différentielles du premier ordre

• Définition d'une solution sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $\Phi(x, y, y') = 0$ où $\Phi : I \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$. Cas de l'équation résolue en y'.

• Notion de condition initiale. Courbes intégrales.

• ▶ Résolution de l'équation différentielle $y' + a(x)y = b(x)$, où a et b appartiennent à $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$; structure de l'ensemble des solutions. Existence et unicité de la solution vérifiant une condition initiale $(x_0, y_0) \in I \times \mathbb{R}$; écriture de cette solution au moyen de deux intégrales. Méthode dite de *variation de la constante*.

4 Récurrences linéaires d'ordre 2

• Étude de l'ensemble $\mathcal{E}_{a,b}$ des suites de réels ou de complexes vérifiant $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$. Les deux suites x et y définies par $x_0 = 1$, $x_1 = 0$, $y_0 = 1$ et $y_1 = 1$ engendrent cet ensemble.

▶ • Recherche de suites géométriques appartenant à $\mathcal{E}_{a,b}$: équation caractéristique, résolution dans les deux cas $\Delta \neq 0$ et $\Delta = 0$. Expression du terme d'indice n d'un élément de $\mathcal{E}_{a,b}$ en fonction de a, b et des termes d'indices 0 et 1.

5 Fonctions arcsin et arccos

• On admet le théorème d'inversion des fonctions continues et strictement monotones, ainsi que le théorème d'existence de la dérivée de f^{-1}. On prouve la formule donnant cette dérivée.

• Une bijection de classe $\mathcal{D}^n$ dont la dérivée ne s'annule pas possède une bijection réciproque de classe $\mathcal{D}^n$.

▶ • Définition des fonctions arcsin et arccos ; dérivabilité, explicitation de la dérivée de chacune de ces fonctions. Relation simple entre $\arcsin x$ et $\arccos x$.

N'oubliez pas d'indiquer sur la fiche de colle votre nom, et surtout le numéro de la semaine en cours !