Sup PCSI 2 — Colle n° 9 et 10 — Quinzaine du 19/11 au 30/11

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ▶ se prêtent particulièrement à des exercices.

1 Révision

▶ Suites de réels !

2 Comparaison des suites de réels

• Notion de suite u négligeable devant une suite v, notation $u_n = o(v_n)$, exemples, compatibilité avec les opérations.

• Notion de suites équivalentes, notation $u_n \underset{n\to\infty}{\sim} v_n$, exemples, compatibilité avec les opérations. Lien entre cette notion et la précédente. Énumération des équivalents usuels (sans preuve).

• Notation $u_n = \mathcal{O}(v_n)$: exemples, quelques propriétés.

▶ Exemples (simples) de développements asymptotiques.

3 Suites de complexes

• Définition d'une suite de complexes.

• La suite de complexes $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $a + ib$ ssi les suites de termes généraux $\mathrm{Re}(z_n)$ et $\mathrm{Im}(z_n)$ convergent respectivement vers a et b.

4 Récurrences linéaires d'ordre 2

• Étude de l'ensemble $\mathcal{E}_{a,b}$ des suites de réels ou de complexes vérifiant $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$. Les deux suites x et y définies par $x_0 = 1$, $x_1 = 0$, $y_0 = 1$ et $y_1 = 1$ engendrent cet ensemble.

▶ • Recherche de suites géométriques appartenant à $\mathcal{E}_{a,b}$: équation caractéristique, résolution dans les deux cas $\Delta \neq 0$ et $\Delta = 0$. Expression du terme d'indice n d'un élément de $\mathcal{E}_{a,b}$ en fonction de a, b et des termes d'indices 0 et 1.

5 Fonctions arcsin et arccos

• On admet le théorème d'inversion des fonctions continues et strictement monotones, ainsi que le théorème d'existence de la dérivée de f^{-1}. On prouve la formule donnant cette dérivée.

• Une bijection de classe $\mathcal{D}^n$ dont la dérivée ne s'annule pas possède une bijection réciproque de classe $\mathcal{D}^n$.

▶ • Définition des fonctions arcsin et arccos ; dérivabilité, explicitation de la dérivée de chacune de ces fonctions. Relation simple entre $\arcsin x$ et $\arccos x$.

N'oubliez pas d'indiquer sur la fiche de colle votre nom, et surtout le numéro de la semaine en cours !