Sup PCSI 2 — Colles n° 25 et 26 — Quinzaine du 30/4 au 15/5

Les points marqués d'un • peuvent faire l'objet de questions de cours avec démonstrations détaillées. Les points marqués d'un ▶ se prêtent particulièrement à des exercices.

1 Révisions

▶ Polynômes, fractions rationnelles, D.E.S.

2 Algèbre bilinéaire (suite)

• Définition des matrices orthogonales et du groupe $O(n)$. Caractérisation des matrices orthogonales par la relation $M\,{}^tM = {}^tM\,M = I_n$.

• Orthogonal d'une partie d'un espace euclidien ; sous-espaces vectoriels orthogonaux.

• L'orthogonal d'un s.e.v. F d'un espace euclidien est un supplémentaire de F, note $F^\perp$, et appelé supplémentaire orthogonal de F. Toute forme linéaire f s'écrit d'une manière et d'une seule $f : x \mapsto (a|x)$ où a est un vecteur.

▶ Projecteurs orthogonaux, symétries orthogonales, réflexions. Expression de la projection orthogonale d'un vecteur sur une droite ou un plan de l'espace euclidien $\mathbb{R}^3$; calcul de la matrice d'une telle projection orthogonale, ou d'une symétrie orthogonale, dans une base orthonormée.

• Déterminant d'une matrice carrée d'ordre 3 ; propriétés principales : multilinéarité, alternance, invariance par transposition, déterminant d'un produit, CNS pour qu'une matrice soit inversible. La preuve des propriétés du déterminant n'est pas exigible.

• Produit mixte de trois vecteurs de $\mathbb{R}^3$. Bases orthonormées directes.

• Produit vectoriel de deux vecteurs de $\mathbb{R}^3$. Bilinéarité du produit vectoriel ; calcul des composantes du produit vectoriel dans une base orthonormée directe.

• Déterminant d'un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$.

• Classification des éléments de $GO(\mathbb{R}^3)$, définition des groupes $SO(\mathbb{R}^3)$ et $O^+(3)$.

• Définition des rotations et antirotations de $\mathbb{R}^3$; caractérisation d'une rotation ou d'une antirotation par un couple (u, ϑ).

▶Calcul de la matrice d'une rotation dans une base orthonormée directe.

▶Détermination de la nature et des éléments géométriques d'une transformation (supposée être une transformation orthogonale ou une projection orthogonale) au vu de sa matrice dans une base orthonormée directe de $\mathbb{R}^3$.

N'oubliez pas d'indiquer sur la fiche de colle votre nom,
et surtout le numéro de la semaine en cours !

AC : 15 VJ : 39 MR : 56