Option Informatique en Spé MP et MP*
Rationnels, factoriels, transitifs

Première version le 7 décembre 2004. Deuxième version le 2 ocotbre 2005 (remise en forme, rédaction d'un corrigé).

▶ Σ est un alphabet contenant au moins les lettres a et b.

▶ Un langage L sur l'alphabet Σ est *factoriel* s'il contient tous les facteurs de u dès qu'il contient le mot u.

▶ Un langage L est *transitif* si, quels que soient les mots u et v appartenant à L, il existe un mot z tel que uzv soit lui aussi un mot de L.

▶ Nous noterons $\mathcal{P}$ l'ensemble des nombres premiers, et $\mathbf{P}$ l'ensemble des mots de la forme a^p, avec $p \in \mathcal{P}$.

Question 1 Existe-t-il des langages rationnels qui sont à la fois factoriels et transitifs ?

Question 2 Existe-t-il des langages rationnels qui sont factoriels mais non transitifs ?

Question 3 Existe-t-il des langages rationnels qui sont transitifs mais non factoriels ?

Question 4 Existe-t-il des langages rationnels qui ne sont ni factoriels, ni transitifs ?

Question 5 $\star\star\star$ Existe-t-il des langages non rationnels qui sont à la fois factoriels et transitifs ?

Question 6 Existe-t-il des langages non rationnels qui sont factoriels mais non transitifs ?

Question 7 Existe-t-il des langages non rationnels qui sont transitifs mais non factoriels ?

Question 8 Existe-t-il des langages non rationnels qui ne sont ni factoriels, ni transitifs ?

FIN