

## Option Informatique en Spé MP et MP\* Rationnels, factoriels, transitifs

*Première version le 7 décembre 2004. Deuxième version le 2 octobre 2005 (remise en forme, rédaction d'un corrigé).*

- ▶  $\Sigma$  est un alphabet contenant au moins les lettres  $a$  et  $b$ .
- ▶ Un langage  $L$  sur l'alphabet  $\Sigma$  est *factoriel* s'il contient tous les facteurs de  $u$  dès qu'il contient le mot  $u$ .
- ▶ Un langage  $L$  est *transitif* si, quels que soient les mots  $u$  et  $v$  appartenant à  $L$ , il existe un mot  $z$  tel que  $uzv$  soit lui aussi un mot de  $L$ .
- ▶ Nous noterons  $\mathcal{P}$  l'ensemble des nombres premiers, et  $\mathbf{P}$  l'ensemble des mots de la forme  $a^p$ , avec  $p \in \mathcal{P}$ .

**Question 1** Existe-t-il des langages rationnels qui sont à la fois factoriels et transitifs?

**Question 2** Existe-t-il des langages rationnels qui sont factoriels mais non transitifs?

**Question 3** Existe-t-il des langages rationnels qui sont transitifs mais non factoriels?

**Question 4** Existe-t-il des langages rationnels qui ne sont ni factoriels, ni transitifs?

**Question 5** \*\*\* Existe-t-il des langages non rationnels qui sont à la fois factoriels et transitifs?

**Question 6** Existe-t-il des langages non rationnels qui sont factoriels mais non transitifs?

**Question 7** Existe-t-il des langages non rationnels qui sont transitifs mais non factoriels?

**Question 8** Existe-t-il des langages non rationnels qui ne sont ni factoriels, ni transitifs?

FIN