Option Informatique en Spé MP et MP*
Trois exercices de programmation

Autour des mots de Dyck

▶ Notons X l'alphabet constitué des caractères [et]. L'ensemble des mots de Dyck est défini par les règles suivantes :

- le mot vide ε est un mot de Dyck ;
- si v est un mot de Dyck, alors $[\,v\,]$ est un mot de Dyck ;
- si v et w sont des mots de Dyck, alors vw est un mot de Dyck.

Par exemple, le mot $v = [\,[\,]\,]\,[\,]$ est un mot de Dyck de longueur 6.

▶ Il existe une autre façon de définir ces mots : un mot v de longueur paire sur l'alphabet X est un mot de Dyck s'il vérifie les deux propriétés suivantes :

- dans tout préfixe de v, il y a au moins autant de [que de] ;
- dans v, il y a autant de [que de].

▶ La *hauteur* $h(v)$ d'un mot de Dyck v est définie comme suit :

- $h(\varepsilon) = 0$;
- $h([\,v\,]) = h(v) + 1$;
- $h(vw) = \max\big(h(v), h(w)\big)$.

Par exemple, la hauteur du mot v décrit plus haut est égale à 2.

▶ L'emploi de références (que ce soit avec `ref` ou tout autre procédé) est interdit.

Question 1 • Rédigez en Caml une fonction `compte` de type `int -> int -> int` qui détermine le nombre de mots de Dyck de longueur $2n$ et de hauteur d. Par exemple, `compte 6 2` doit rendre la valeur 3.

Question 2 • Rédigez en Caml une fonction `énumère` de type `int -> int -> string list`, qui énumère les mots de Dyck de longueur $2n$ et de hauteur d.

Mais où est donc Ornicar ?

▶ L'objectif est d'écrire une fonction en Caml, qui cherche un mot donné dans une grille de lettres. Ce mot peut écrit horizontalement (de gauche à droite ou de droite à gauche), verticalement (de haut en bas ou de bas en haut) ou en diagonale. Voici un exemple :

```
bergxeki
ampkeyfg
sokgtabe
ikfrbgut
bmorfaqv
ujirgoka
pcacksvu
erteugaw
```

Le mot à chercher est `fabrice`. Vous constatez qu'il est présent, sa première lettre est le `f` en avant-dernière position dans la deuxième ligne ; le mot est écrit sur une diagonale qui descend vers la gauche.

▶ Un jeu d'essai plus conséquent est mis à votre disposition (sur une clé USB ou sur le serveur `newbox`). Ce jeu est constitué d'une grille (de taille plus importante que celle de l'exemple ci-dessus) et d'une liste de mots.

FIN